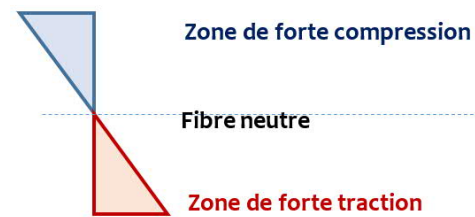


PARTIE A (5 POINTS) : QUESTIONNAIRE A CHOIX MULTIPLES

1 – Ci-dessous les contraintes normales au sein d'un élément, que peut-on en conclure ? (1 point)



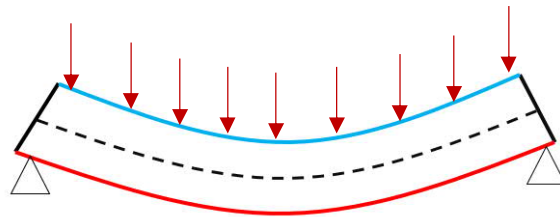
- a. Il subit un effort normal de compression
- b. Il subit un effort normal de traction
- c. Il est en flexion
- d. Son matériau est homogène et sa forme symétrique
- e. C'est typique de l'effort normal d'un arc funiculaire

2 – Vrai ou faux ? (1 point)



- a. Il s'agit de Robert Hooke
- b. Il s'agit de Molière
- c. Il s'agit de Filippo Brunelleschi
- d. Il aime beaucoup les anagrammes
- e. Il a découvert la loi de l'élasticité des matériaux
- f. Il a découvert le lien entre la forme funiculaire de la chaînette et celle inversée des arcs.

3 – Que dire de cette poutre en flexion, la charge est répartie et vaut p ? (1 point)



- a. La membrure supérieure est tendue
- b. La membrure supérieure est comprimée
- c. La droite en pointillé est l'axe neutre
- d. Le moment maximal au centre vaut $pL/4$
- e. Le moment maximal au centre vaut $pL^2/8$

4 – Deux type de rupture, l'un d'un acier à -200°C , l'autre d'un acier à température ambiante. Quelle(s) affirmation(s) est (sont) vraie(s) ? (1 point)



- a. L'acier à -200°C est à gauche
- b. L'acier à -200°C est à droite
- c. A gauche, la rupture est fragile
- d. A gauche, la rupture est ductile
- e. Du béton en traction aurait eu le même type de rupture que l'éprouvette de droite

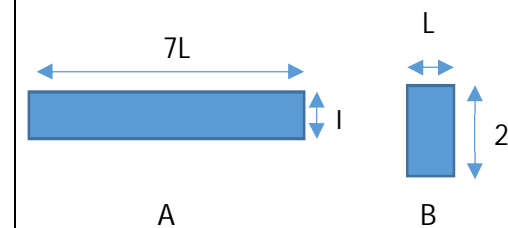
5 – Je suis ? (1 point)



- a. Un pont Bow-string
- b. Un pont à haubans
- c. Autostable
- d. Un pont qui doit être bloqué par les culées
- e. En compression dans mon arc, en traction dans mon tablier
- f. En traction dans mon arc, en compression dans mon tablier

PARTIE B (6 POINTS) : QUESTIONS DE COURS

1 – Voici 2 sections de poutre. A chargement égal, laquelle fléchit le moins ? Justifiez par le calcul. (1,5 points)



2 – Tracer les diagrammes MNT d'une poutre isostatique sur deux appuis. Précisez les principales valeurs de N, T et M. (1,5 points)

3 – Qu'est-ce qu'un comportement fragile pour un matériau ? Donner deux exemples. (1 points)

4 – Qui est l'auteur du Dictionnaire raisonné de l'architecture française du XIe au XVIe siècle ? à l'aide d'une méthode empirique décrite dans cet ouvrage, démontrer que la poussée au vide est plus grande pour un arc surbaissé que pour un arc roman, et plus faible pour un arc brisé. (1,5 points)

5 – Donner toutes les caractéristiques que vous connaissez sur le matériau bois (1 point)

PARTIE C (11 POINTS) : Deux petits problèmes

PROBLEME 1 (5,5 Points) : La potence à courrier

Ci-dessous une potence à courrier. Elle doit supporter un poids de courrier de 200 kg. Il s'agit de dimensionner la barre horizontale pour la résistance. Attention aux coefficients à prendre en compte pour les charges, dans ce cas, le courrier sera considéré comme une charge d'exploitation. Dans tout le problème, le poids propre de la potence sera négligé.

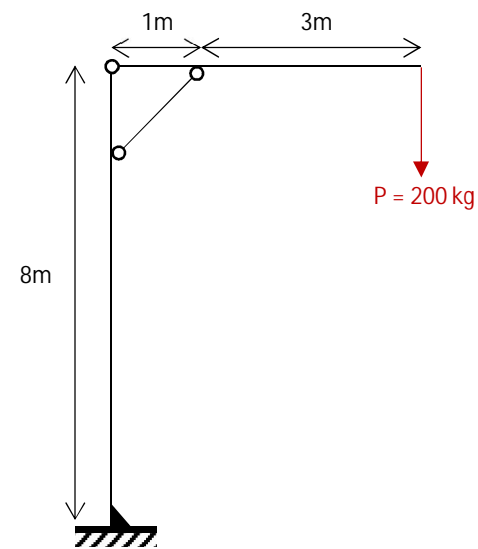


Schéma statique de la potence

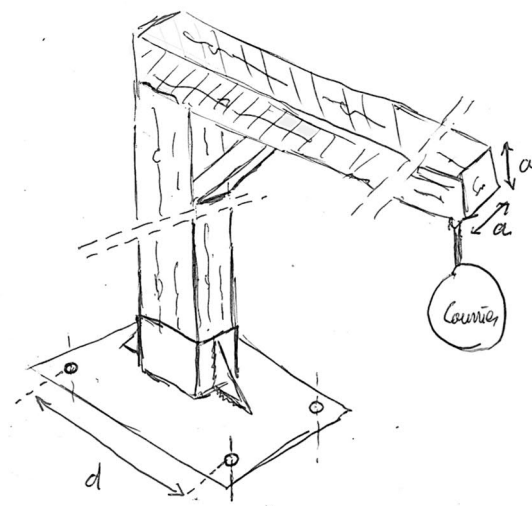


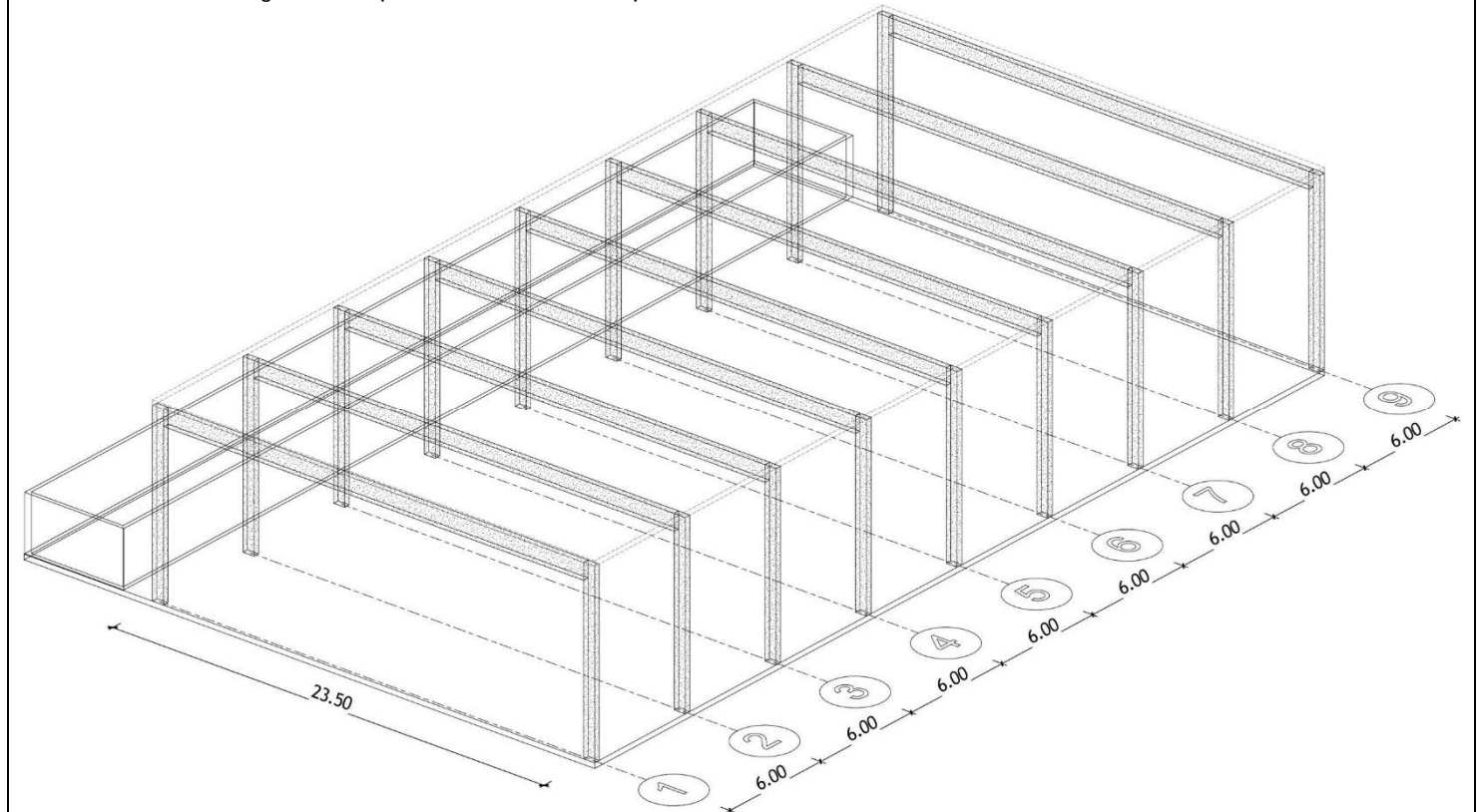
Schéma de l'encastrement en pied de poteau

QUESTIONS :

1. Donner le diagramme MNT de la barre horizontale. Vous supposerez pour simplifier qu'elle repose sur un appui simple au niveau du poteau et une rotule au niveau de la diagonale. (3 points)
2. En déduire, via un dimensionnement en flexion, le côté a de la section de la poutre en bois qu'il convient de choisir pour la section de la barre (section de forme carrée pleine), en bois de contrainte élastique limite 20 MPa (cette valeur prend déjà en compte les divers coefficients du matériau). (1,5 points)
3. En partant du moment à déterminer en pied de poteau, quelle est la distance d qui doit séparer les deux rangées de 2 boulons de l'assemblage étant donné qu'ils peuvent supporter une tonne d'effort normal (calcul à l'ELU) ? (2 points)

PROBLÈME 2 (5,5 Points) : La poutre hyperstatique à l'ELU

Je viens de remporter le concours d'un gymnase. J'ai rendez-vous demain avec le maître d'ouvrage (la commune de Saint Hooke). Je ne me suis pas vraiment préoccupé de la structure jusqu'à présent et mon BE ne pourra être présent, je vais donc devoir me débrouiller pour proposer quelque chose en me servant de mes cours de S4 que je ressors pour l'occasion et quelques recherches sur le net. Voici l'axonométrie générale qui va me servir de départ

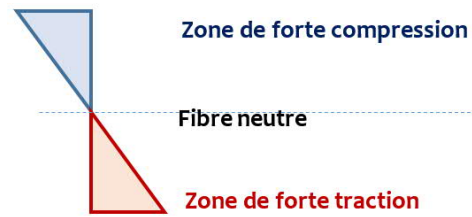


QUESTIONS :

1. Après calculs, et tous coefficients confondus, la couverture pèse $p = 280 \text{ kg/m}^2$, donnez la charge linéique sur la poutre de la file 2. (1 points)
2. Sachant que les poutres sont encastées sur les poteaux, proposez un schéma statique de la poutre de la file 2. (0.5 points)
3. On suppose que les poteaux ne se déforment pas, dessinez la déformation de la poutre de la file B telle que vous l'imaginez (0.5 points)
4. La valeur du moment aux extrémités encastées est donnée par la formule: $M = qL^2/12$, la calculer (0.5 points)
Nb. Ici q est la valeur calculée à la question 1
5. L'équation générale des moments de la poutre est donnée par la formule: $qLx/2 - qL^2/12 - qx^2/2$, calculer le moment à mi travée, puis tracer approximativement le diagramme des moments (0.5 points)
Nb. Ici q est la valeur calculée à la question 1
6. La poutre est en bois C18 (Contrainte normale de flexion 18Mpa ou N/mm^2), sa section est rectangulaire et sa base mesure 30 cm, calculer sa hauteur aux appuis et à mi travée (1 points)
7. En prenant en compte le diagramme des moments et le dimensionnement aux appuis et et à mi travée, proposer un dessin en élévation et en coupe(s) de la poutre (1 points)
8. Résoudre l'équation des moments pour trouver la position des points d'inflexion (0.5 points)

PARTIE A (5 POINTS) : QUESTIONNAIRE A CHOIX MULTIPLES

1 – Ci-dessous les contraintes normales au sein d'un élément, que peut-on en conclure ? (1 point)



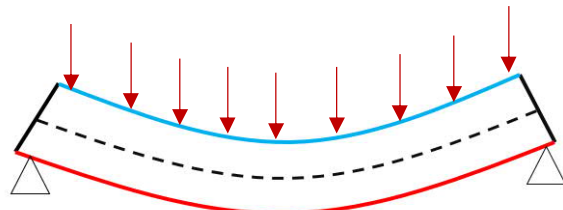
- a. Il subit un effort normal de compression
- b. Il subit un effort normal de traction
- c. Il est en flexion
- d. Son matériau est homogène et sa forme symétrique
- e. C'est typique de l'effort normal d'un arc funiculaire

2 – Vrai ou faux ? (1 point)



- a. Il s'agit de Robert Hooke
- b. Il s'agit de Molière
- c. Il s'agit de Filippo Brunelleschi
- d. Il aime beaucoup les anagrammes
- e. Il a découvert la loi de l'élasticité des matériaux
- f. Il a découvert le lien entre la forme funiculaire de la chaînette et celle inversée des arcs.

3 – Que dire de cette poutre en flexion, la charge est répartie et vaut p ? (1 point)



- a. La membrure supérieure est tendue
- b. La membrure supérieure est comprimée
- c. La droite en pointillé est l'axe neutre
- d. Le moment maximal au centre vaut $pL/4$
- e. Le moment maximal au centre vaut $pL^2/8$

4 – Deux type de rupture, l'un d'un acier à -200°C, l'autre d'un acier à température ambiante. Quelle(s) affirmation(s) est (sont) vraie(s) ? (1 point)



- a. L'acier à -200°C est à gauche
- b. L'acier à -200°C est à droite
- c. A gauche, la rupture est fragile
- d. A gauche, la rupture est ductile
- e. Du béton en traction aurait eu le même type de rupture que l'éprouvette de droite

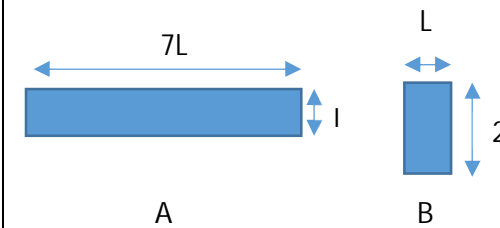
5 – Je suis ? (1 point)



- a. Un pont Bow-string
- b. Un pont à haubans
- c. Autostable
- d. Un pont qui doit être bloqué par les culées
- e. En compression dans mon arc, en traction dans mon tablier
- f. En traction dans mon arc, en compression dans mon tablier

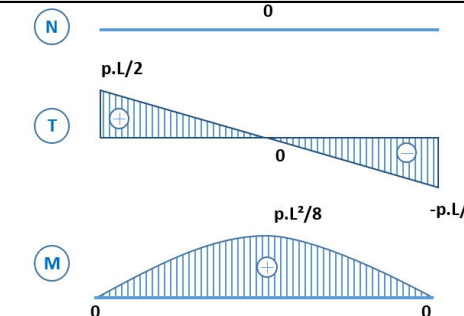
PARTIE B (6 POINTS) : QUESTIONS DE COURS

1 – Voici 2 sections de poutre. A chargement égal, laquelle fléchit le moins ? Justifiez par le calcul. (1,5 points)



- Inertie de la poutre A : $7L \times L^3 / 12 = 7L^4/12$
 - Inertie de la poutre B : $L \times (2L)^3 / 12 = 8L^4/12$
- La poutre B résiste mieux à la flexion.

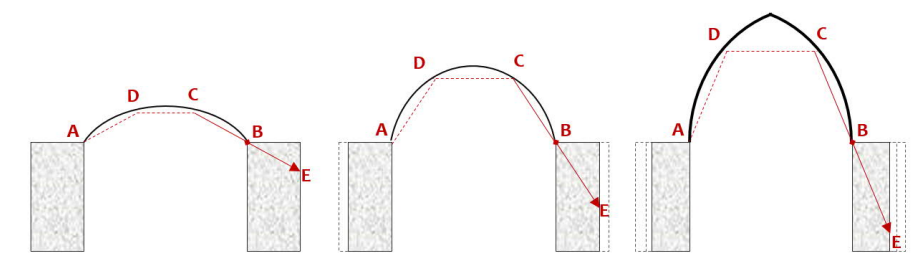
2 – Tracer les diagrammes MNT d'une poutre isostatique sur deux appuis. Précisez les principales valeurs de N, T et M. (1,5 points)



3 – Qu'est-ce qu'un comportement fragile pour un matériau ? Donner deux exemples. (1 points)

Un matériau a un comportement fragile lorsqu'il ne présente pas ou peu de phase plastique après sa phase élastique et avant sa rupture.
Exemples : béton en traction, bois en traction, acier à -100°C

4 – Qui est l'auteur du Dictionnaire raisonné de l'architecture française du XIe au XVIe siècle ? à l'aide d'une méthode empirique décrite dans cet ouvrage, démontrer que la poussée au vide est plus grande pour un arc surbaissé que pour un arc roman, et plus faible pour un arc brisé. (1,5 points)



Eugène Viollet-le-Duc :

5 – Donner toutes les caractéristiques que vous connaissez sur le matériau bois (1 point)

Caractéristiques : Naturel (écologique, renouvelable et biosourcé), Anisotrope

Avantages : Forte résistance à la compression et à la traction dans le sens des fibres uniquement (20-40 MPa)
Facile à mettre en œuvre (assemblages simples) ; Ductile en compression

Inconvénients : Résistance dépendant du sens de sollicitation
(Résistance dans le sens transversal et radial faible en compression, très faible en traction)

Fragile en traction

Traitements à prévoir (champignons et insectes)

PARTIE C (12 POINTS) : Deux petits problèmes

PROBLEME 1 (5,5 Points) : La potence à courrier

Ci-dessous une potence à courrier. Elle doit supporter un poids de courrier de 200 kg. Il s'agit de dimensionner la barre horizontale pour la résistance. Attention aux coefficients à prendre en compte pour les charges, dans ce cas, le courrier sera considéré comme une charge d'exploitation. Dans tout le problème, le poids propre de la potence sera négligé.

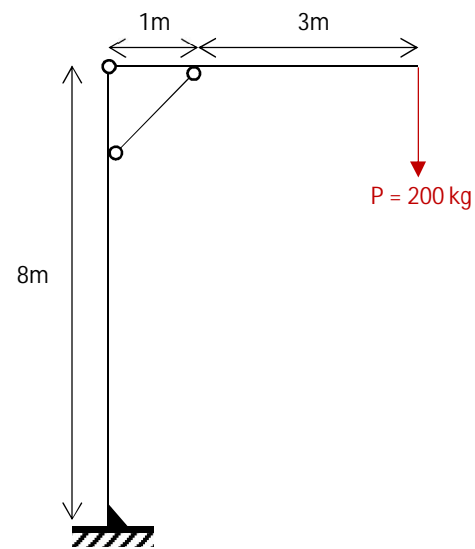


Schéma statique de la potence

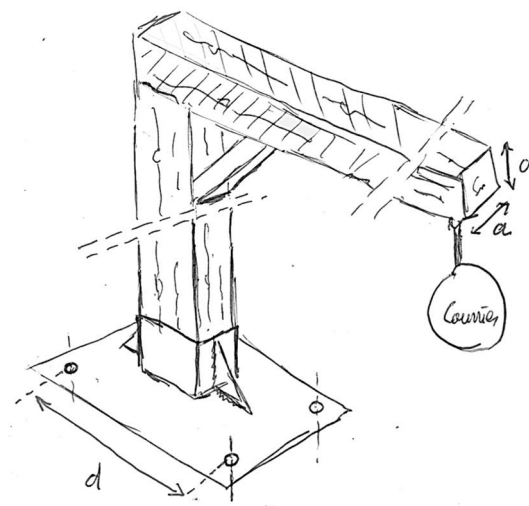
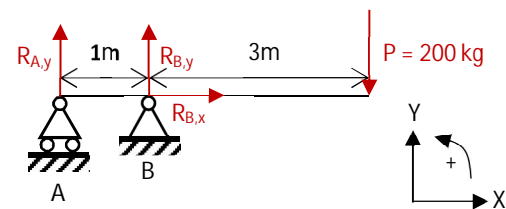


Schéma de l'encastrement en pied de poteau

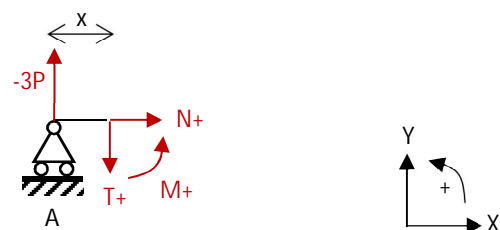
QUESTIONS :

- Donner le diagramme MNT de la barre horizontale. Vous supposerez pour simplifier qu'elle repose sur un appui simple au niveau du poteau et une rotule au niveau de la diagonale. (3 points)

A. Schéma statique :



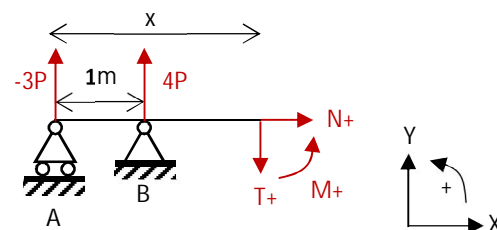
C et D. Schéma statique et convention de signes de la Coupe 1 :



B. Calcul des réactions aux appuis :

PFS sur les forces en X : $R_{B,x} = 0$
 PFS sur les forces en Y : $R_{A,y} + R_{B,y} = P$
 PFS sur les moments en A : $R_{B,y} * 1m - P * 4m = 0$
 Soit : $R_{B,y} = 4P$ (compression et flexion dans la diagonale)
 On en déduit : $R_{A,y} = -3P$ (traction dans le poteau)

C et D. Schéma statique et convention de signes de la Coupe 2 :



E. Résolution de MNT sur la Coupe 1 :

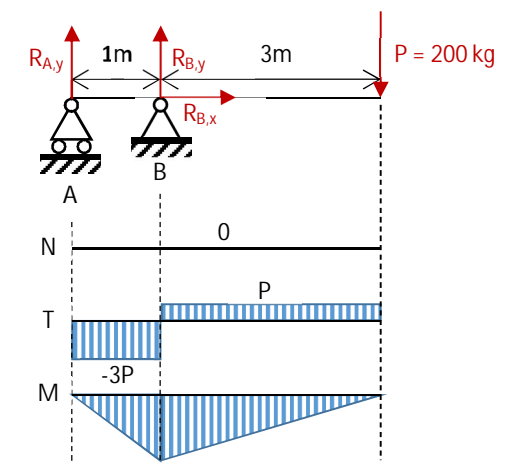
PFS sur les forces en X : $N = 0$
 PFS sur les forces en Y : $T = -3P$
 PFS sur les moments au niveau de la coupure :
 $M - (-3P) * x = 0$
 $M = -3P * x$

F. Diagrammes MNT :

$N = 0$ en tout point
 $T = -3P$ à gauche de B et $T = P$ à droite
 $M_{x=0} = -3P * 0 = 0$
 $M_{x=1-} = -3P * 1 = -3P * 1m$
 $M_{x=1+} = P(1 - 4) = P * -3m$
 $M_{x=4} = P(4 - 4) = 0$

E. Résolution de MNT sur la Coupe 2 :

PFS sur les forces en X : $N = 0$
 PFS sur les forces en Y : $T = -3P + 4P = P$
 PFS sur les moments au niveau de la coupure :
 $M - (-3P) * x - 4P * (x - 1) = 0$
 $M = -3P * x + 4P * x - 4P = P(x - 4)$



- En déduire, via un dimensionnement en flexion, le côté a de la section de la poutre en bois qu'il convient de choisir pour la section de la barre (section de forme carrée pleine), en bois de contrainte élastique limite 20 MPa (cette valeur prend déjà en compte les divers coefficients du matériau). (1,5 points)

On fait le calcul à l'ELU, le moment maximal vaut donc, en valeur absolue : $1,5 * 3P * 1m = 900 \text{ kg.m}$

Contrainte maximale de flexion :

$$\sigma_{N,M} = \frac{My}{I} = \frac{900 \text{ kg.m} * a/2}{\frac{a^4}{12}} = \frac{6 * 900 \text{ kg.m}}{a^3} \leq \sigma_y = 20 \text{ MPa}$$

$$a \geq \sqrt[3]{\frac{6 * 900000 \text{ N.mm}}{20 \text{ MPa}}} = 139,25 \text{ mm} \approx 14 \text{ cm}$$

- En partant du moment à déterminer en pied de poteau, quelle est la distance d qui doit séparer les deux rangées de 2 boulons de l'assemblage étant donné qu'ils peuvent supporter une tonne d'effort normal (calcul à l'ELU) ? (2 points)

Le moment d'encastrement vaut, à l'ELU : $M_{ENC} = 1,5 * P * 4m = 1200 \text{ kg.m}$

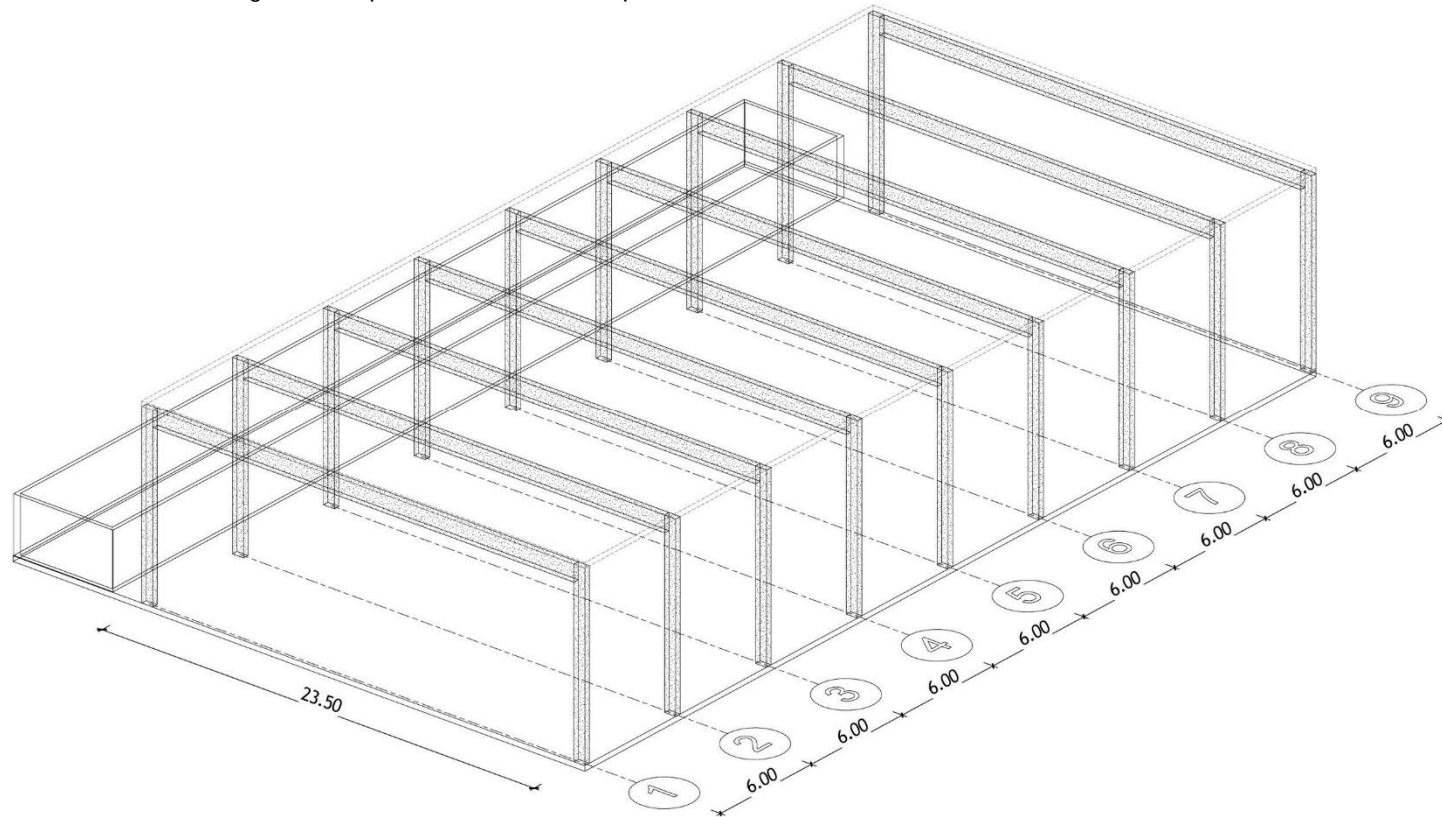
La force dans un des 4 boulons vaut ainsi (attention, il 2 boulons sur chaque ligne) : $F = (M/d)/2 \leq 1000 \text{ kg}$

Donc : $d \geq 1200 \text{ kg.m} / (2 * 1000 \text{ kg}) = 60 \text{ cm}$

PROBLÈME 2 (5,5 Points) : La poutre hyperstatique à l'ELU

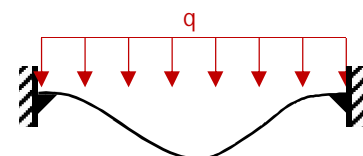
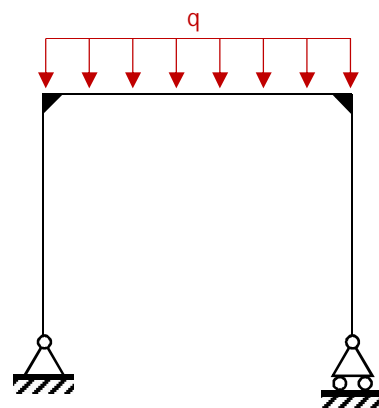
Je viens de remporter le concours d'un gymnase. J'ai rendez-vous demain avec le maître d'ouvrage (la commune de Saint Hooke). Je ne me suis pas vraiment préoccupé de la structure jusqu'à présent et mon BE ne pourra être présent, je vais donc devoir me débrouiller pour proposer quelque chose en me servant de mes cours de S4 que je ressors pour l'occasion et quelques recherches sur le net

Voici l'axonométrie générale qui va me servir de départ



QUESTIONS :

- Après calculs, et tous coefficients confondus, la couverture pèse $p = 280\text{kg/m}^2$, donnez la charge linéique sur la poutre de la file 2. (1 points)
 $q = p * e$ (où $e = 6\text{m}$) $= 2800 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} * 6\text{m} = 16\,800 \text{ N/m}$
- Sachant que les poutres sont encastées sur les poteaux, proposez un schéma statique de la poutre de la file 2. (0.5 points)
- On suppose que les poteaux ne se déforment pas, dessinez la déformation de la poutre de la file B telle que vous l'imaginez (0.5 points)

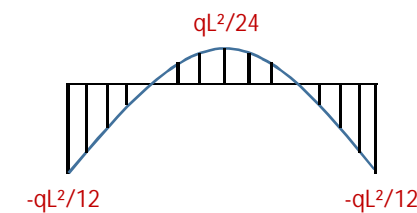


- La valeur du moment aux extrémités encastées est donnée par la formule: $M = -qL^2/12$, la calculer (0.5 points)
 Nb. Ici q est la valeur calculée à la question 1

$$M_{appui} = -q * \frac{L^2}{12} = -\frac{16\,800 \frac{\text{N}}{\text{m}} * 23,6\text{m}^2}{12} = -779\,711 \text{ N.m}$$

- L'équation générale des moments de la poutre est donnée par la formule: $qLx/2 - qL^2/12 - qx^2/2$, calculer le moment à mi travée, puis tracer approximativement le diagramme des moments (0.5 points)
 Nb. Ici q est la valeur calculée à la question 1

$$M_{(x=L/2)} = q * \frac{L^2}{4} - q * \frac{L^2}{12} - q * \frac{L^2}{8} = q * \frac{L^2}{24} = \frac{16\,800 \frac{\text{N}}{\text{m}} * 23,6\text{m}^2}{24} = 389\,872 \text{ N.m}$$



- La poutre est en bois C18 (Contrainte normale de flexion 18MPa ou N/mm²), sa section est rectangulaire et sa base mesure 30 cm, calculer sa hauteur aux appuis et à mi travée (1 points)

Aux appuis :

$$\sigma_{N,M} = \frac{My}{I} = \frac{779\,711 \text{ N.m} * h/2}{\frac{b * h^3}{12}} = \frac{6 * 779\,711 \text{ N.m}}{b * h^2} \leq \sigma_y = 18 \text{ MPa}$$

$$a \geq \sqrt{\frac{6 * 779\,711\,000 \text{ N.mm}}{300\text{mm} * 18 \text{ MPa}}} = 930 \text{ mm}$$

A mi-travée

$$a \geq \sqrt{\frac{6 * 389\,872\,000 \text{ N.mm}}{300\text{mm} * 18 \text{ MPa}}} = 658 \text{ mm}$$

- En prenant en compte le diagramme des moments et le dimensionnement aux appuis et et à mi travée, proposer un dessin en élévation et en coupe(s) de la poutre (1 points)



- Résoudre l'équation des moments pour trouver la position des points d'inflexion (0.5 points)

Le point d'inflexion correspond à une invention du moment (les fibres tendues passent du haut de la poutre au bas de celle-ci, ce qui marque une invention de signe dans le moment fléchissant). On recherche donc les points où le moment est nul :

$$M = -\frac{qx^2}{2} + \frac{qLx}{2} - \frac{qL^2}{12} \rightarrow \Delta = B^2 - 4AC = \left(\frac{qL}{2}\right)^2 - 4 * \left(-\frac{q}{2}\right) * \left(-\frac{qL^2}{12}\right) = \frac{q^2 L^2}{12}$$

$$X_1 = \frac{-B - \sqrt{\Delta}}{2A} = \frac{-\frac{qL}{2} - \frac{qL}{\sqrt{12}}}{2 * -\frac{q}{2}} = \frac{L}{2} + \frac{L}{\sqrt{12}} = 18,53\text{m} \text{ et } X_2 = \frac{-B + \sqrt{\Delta}}{2A} = \frac{L}{2} - \frac{L}{\sqrt{12}} = 4,97\text{m}$$