

STRUCTURE II - PARTIEL

Année 2016-2017 - Sylvain Ebode - Marc Leyral

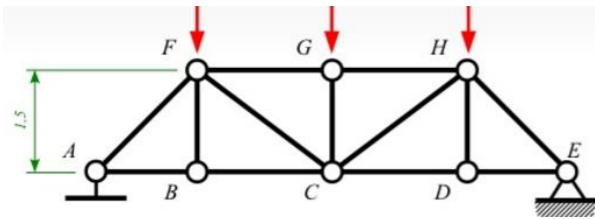
NOM :

PRENOM :

N° ETUDIANT :

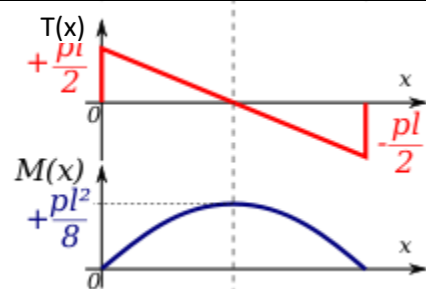
PARTIE A (4 POINTS) : QUESTIONNAIRE A CHOIX MULTIPLES

1 – Si je trace le diagramme MNT des éléments de cette structure, quel(s) effort(s) sera/seront nul(s) ? (1point)



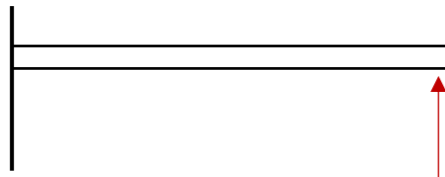
- a. M
- b. N
- c. T
- d. Aucun
- e. On ne peut pas tracer le diagramme MNT d'une poutre treillis.

2 – Quelles affirmations sont vraies à propos de ces diagrammes en élévation ? (1 point)



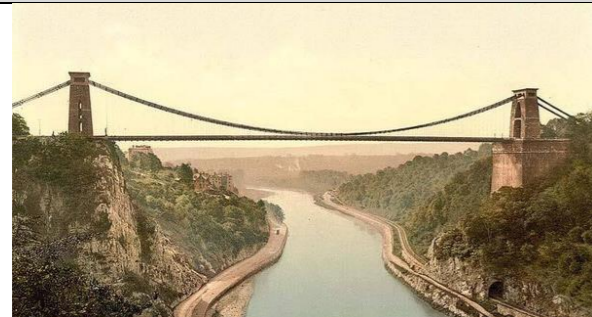
- a. Il s'agit d'un diagramme MNT
- b. Il se réfère à une poutre isostatique
- c. Il se réfère à une poutre bi-encastree
- d. La charge est uniformément répartie
- e. La charge est ponctuelle

3 – En béton armé, où dois-je placer les aciers de cette console ? (0,5 point)
(on néglige le poids propre de la poutre)



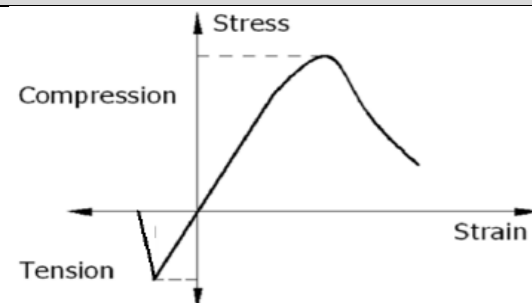
- a. En haut
- b. En bas
- c. En haut et en bas
- d. Au centre
- e. Nulle part

4 – Quelles affirmations sont vraies ? (0,5 point)



- a. Il s'agit d'un pont suspendu
- b. Il s'agit d'un pont à haubans
- c. L'ancêtre de ce type de pont pourrait être les ponts de singe
- d. L'ancêtre de type de pont pourrait être le treillis de type Warren
- e. La forme du câble est une parabole
- f. La forme du câble est une chaînette

5 – Quelles affirmations sont vraies sur le matériau dont le diagramme est donné ci-dessous ? (1 point)



- a. Il doit s'agir de l'acier
- b. Il doit s'agir du béton
- c. Il est ductile en compression
- d. Il est fragile en compression
- e. Il est ductile en traction
- f. Il est fragile en traction

PARTIE B (6 POINTS) : QUESTIONS DE COURS

1 – Expliquer ce qu'est la « méthode des coupures » (1 point)

2 – Que sont les poussées au vide des arcs ? Proposer 2 méthodes illustrées pour les reprendre. (1 point)

3 – Expliquer en les illustrant les différences entre les contraintes normales dues à un effort normal et les contraintes normales dues à un moment fléchissant ? (2 points)

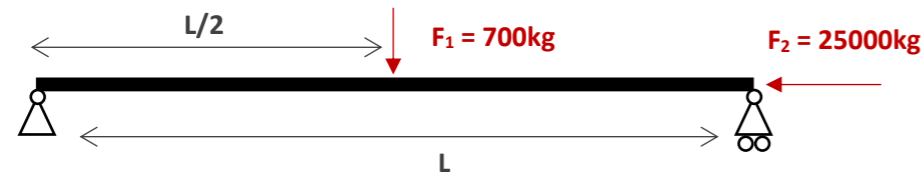
4 – Expliquer ce qu'est un funiculaire des forces et comment peut-on s'en servir pour réaliser un arc ? (1 point).

5 – Que signifie ce diagramme en coupe relatif à une poutre rectangulaire isostatique (1 point)

PARTIE C (12 POINTS) : Deux petits problèmes

PROBLEME 1 (6 Points) : La poutre précontrainte.

Voici le schéma statique d'une poutre précontrainte en bois :
(Il s'agit d'une poutre en bois, qui est traversée sur toute sa longueur par un câble tendu qui exerce une compression dans la poutre, ici symbolisée par F_2)



HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES

- Les coefficients de l'ELU ont déjà été intégrés dans les charges (inutile de les rajouter).

FORMULAIRE :

- Moment quadratique d'une section rectangulaire de base b et de hauteur h : $I = bh^3/12$

QUELQUES DONNEES

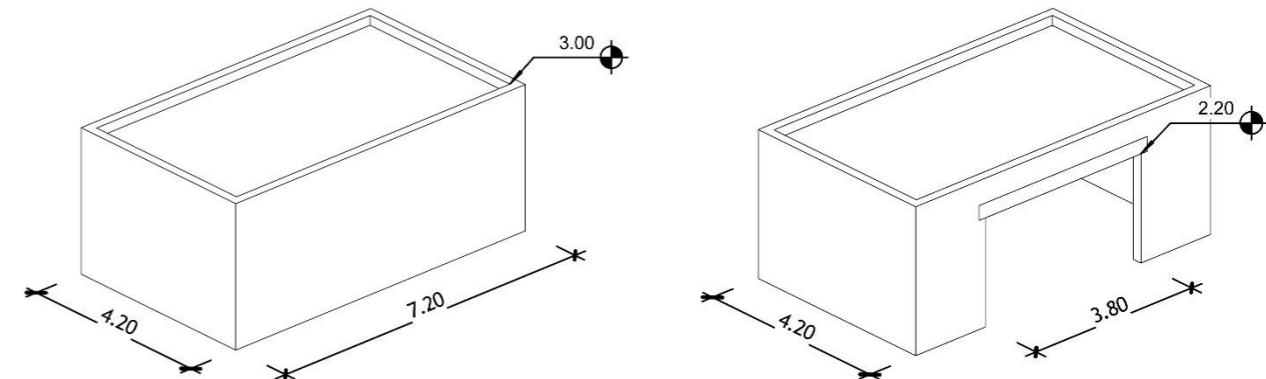
- **Bois résineux :**
 - Limite d'élasticité en compression : $\sigma_s = 21$ MPa
 - Limite d'élasticité en traction : $\sigma_s = 14$ MPa
 - Module de Young : $E = 11\ 000$ MPa ($1\text{ MPa} = 1\text{ MN/m}^2 = 1\text{ N/mm}^2$)
- **Section de la poutre :**
 - $b = 10$ cm
 - $h = 20$ cm
- **Longueur de la poutre :**
 - $L = 3$ m

QUESTIONS

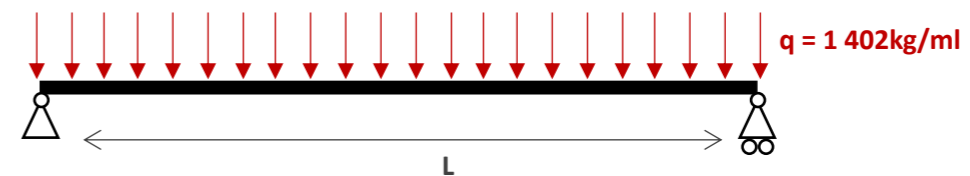
1. Finir le schéma statique et calculer les réactions aux appuis (0,5 pt)
2. Faire les schémas de coupure, calculer et tracer les diagrammes MNT de la poutre. (2 pt)
3. Dans une vue en coupe au centre de la poutre, tracer sous forme de diagramme l'évolution des contraintes normales dues à N seul. (0,5 pt)
4. Dans une vue en coupe au centre de la poutre, tracer sous forme de diagramme l'évolution des contraintes normales dues à M seul. (0,5 pt)
5. Dans une vue en coupe au centre de la poutre, tracer sous forme de diagramme l'évolution des contraintes normales résultantes dues à M+N. (1 pt)
6. Vérifier la poutre à l'effort de traction maximal résultant (0,5 pt).
7. Vérifier la poutre à l'effort de compression maximal résultant. (0,5 pt).
8. Pourquoi cette poutre risquerait-elle malgré tout de rompre (0,5) ?

PROBLEME 2 (6 Points) : Dimensions d'un linteau en bois dans un mur porteur

Il s'agit d'un petit bâtiment en blocs de ciment avec dalle béton en toiture, en fond de jardin, qu'il s'agit de transformer en serre par la création d'une large ouverture vitrée dont je dois dimensionner le linteau en bois.



Voici le schéma statique du linteau en bois :



HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES

- Nous n'appliquerons aucun coefficient ELU ou ELS

FORMULAIRE :

- Moment quadratique d'une section rectangulaire de base b et de hauteur h : $I = bh^3/12$

QUELQUES DONNEES

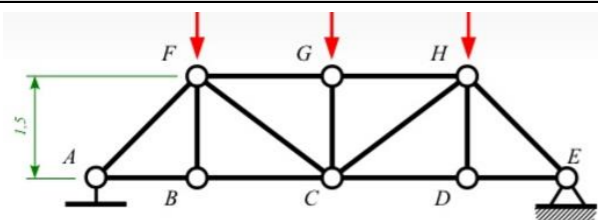
- **Gros œuvre :**
 - Béton : $2\ 500\text{ kg/m}^3$
 - Blocs de ciment : $2\ 200\text{ kg/m}^3$
- **Bois résineux :**
 - Limite d'élasticité en compression : $\sigma_s = 21$ MPa
 - Limite d'élasticité en traction : $\sigma_s = 14$ MPa
 - Module de Young : $E = 11\ 000$ MPa ($1\text{ MPa} = 1\text{ MN/m}^2 = 1\text{ N/mm}^2$)
- **Dimensions :**
 - Epaisseur des murs en bloc de ciment : 20cm
 - Epaisseur de la dalle en béton : 20cm
- **Longueur de la poutre :**
 - $L = 3.8$ m

QUESTIONS

1. Expliquer la valeur de $q = 1\ 402\text{ kg/ml}$ (1 pt)
2. La formule du moment est $M(x) = qx(L-x)/2$, le tracer et donner sa valeur maximale. (1 pt)
3. Le linteau est de section rectangulaire, si sa largeur est de 20cm, quelle sera sa hauteur ? (2 pt).
4. La flèche instantanée est donnée par la formule $f_{inst} = 5qL^4/384EI$. Calculer cette flèche sur la base du dimensionnement précédent (0,5 pt). Cette flèche respecte-t-elle le critère du 1/300^{ème} ? (0,5pt)
5. La flèche après fluage serait donnée dans notre cas par $f_{max} = 12,9 * f_{inst}$. Le critère du 1/300^{ème} est-il toujours respecté ? que dois-je faire ? (1pt)

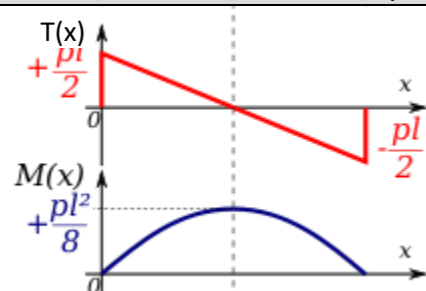
PARTIE A (5 POINTS) : QUESTIONNAIRE A CHOIX MULTIPLES

1 – Si je trace le diagramme MNT de cette structure, quel(s) effort(s) sera/seront nul(s) ? (1point)



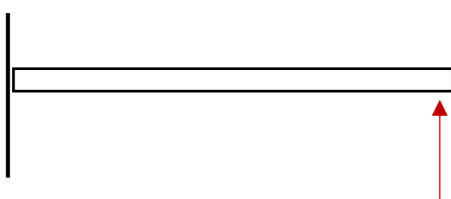
- a. M
- ~~b. N~~
- c. T
- ~~d. Aucun~~
- e. On ne peut pas tracer le diagramme MNT d'une poutre treillis.

2 – Quelles affirmations sont vraies à propos de ce diagramme ? (1 point)



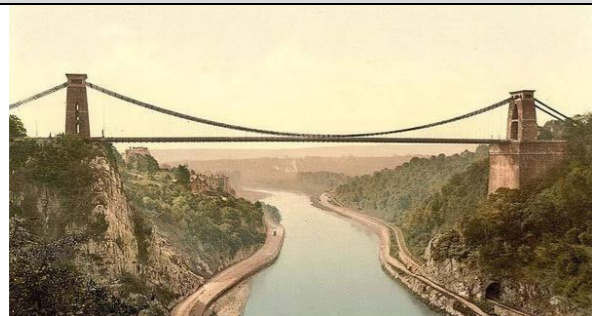
- a. Il s'agit d'un diagramme MNT
- b. Il se réfère à une poutre isostatique
- ~~c. Il se réfère à une poutre bi-encastree~~
- d. La charge est uniformément répartie
- ~~e. La charge est ponctuelle~~

3 – En béton armé, où dois-je placer les aciers de cette console ? (1 point)
(on néglige le poids propre de la poutre)



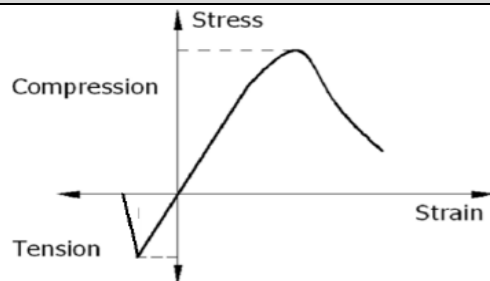
- ~~a. En haut~~
- b. En bas
- ~~c. En haut et en bas~~
- d. Au centre
- e. Nulle part

4 – Quelles affirmations sont vraies ? (1 point)



- a. Il s'agit d'un pont suspendu
- ~~b. Il s'agit d'un pont à haubans~~
- c. L'ancêtre de type de pont pourrait être les ponts de singe
- ~~d. L'ancêtre de type de pont pourrait être le treillis de type Warren~~
- e. La forme du câble est une parabole
- ~~f. La forme du câble est une chaînette~~

5 – Quelles affirmations sont vraies sur le matériau dont le diagramme est donné ci-dessous ? (1 point)



- ~~a. Il doit s'agir de l'acier~~
- b. Il doit s'agir du béton
- c. Il est ductile en compression
- ~~d. Il est fragile en compression~~
- ~~e. Il est ductile en traction~~
- f. Il est fragile en traction

PARTIE B (6,5 POINTS) : QUESTIONS DE COURS

1 – Expliquer ce qu'est la « méthode de la coupure » (1 point)

Méthode de la coupure : permet de trouver les efforts internes MNT en les transformant fictivement en forces externes pour pouvoir appliquer le PFS.

- ETAPE 1 : TRACER LE SCHEMA STATIQUE DU PROBLEME
- ETAPE 2 : PLACER LES REACTIONS AUX APPUIS ET LES RESOUDRE (CF. COURS DE STATIQUE)
- ETAPE 3 : REALISER UNE COUPE POUR CHAQUE CONFIGURATION DIFFERENTE
- ETAPE 4 : CHOISIR ET REPRESENTER LA CONVENTION DE SIGNE
- ETAPE 5 : TROUVER LES VALEURS DE M, N et T EN TOUT POINT
- ETAPE 6 : TRACER LES DIAGRAMMES MNT

2 – Que sont les poussées au vide des arcs ? Proposer 2 méthodes illustrées pour les reprendre. (1 point)

Poussées au vide : réactions horizontales en pied d'arc, dues à la descente oblique de l'effort normal. On peut les reprendre par des câbles entre les pieds ou par un blocage de ceux-ci (contreforts, culées).



3 – Expliquer en illustrant les différences entre les contraintes normales dues à un effort normal (compression ou traction) et les contraintes normales dues à un moment fléchissant ? (2 points)

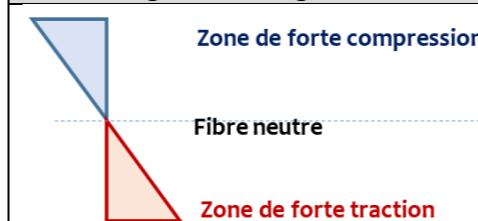
En traction compression : $\sigma_{N,N} = N/S$ En flexion : $\sigma_{N,M} = My/I$



4 – Expliquer ce qu'est un funiculaire des forces et comment peut-on s'en servir pour réaliser un arc ? (1 point).

Funiculaire des forces : forme que prend un élément uniquement en traction (chaînette) lesté par un chargement. En retournant cette forme, on obtient un arc qui sera uniquement en compression.

5 – Que signifie ce diagramme relatif à une poutre rectangulaire isostatique (1 point)

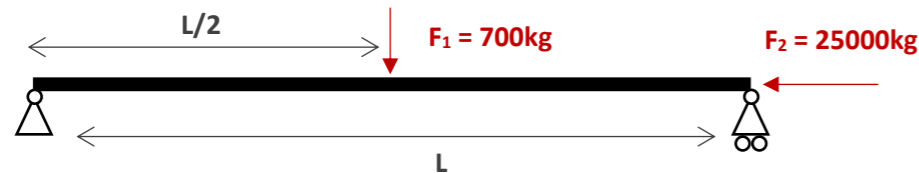


Le diagramme signifie que les efforts sont nuls à la fibre neutre, à cause de la flexion, ceux-ci augmentent avec la distance à l'axe neutre dans la section jusqu'à atteindre un maximum en compression sur la membrure supérieure et un maximum en traction sur la membrure inférieure. Le diagramme étant symétrique, on peut en déduire que la géométrie de la poutre est symétrique par rapport à l'axe horizontal et le matériau homogène (acier par exemple).

PARTIE C (12 POINTS) : Quatre petits problèmes

PROBLEME 1 (6 Points) : La poutre précontrainte.

Voici le schéma statique d'une poutre précontrainte en bois :



HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES

1. Les coefficients de l'ELU ont déjà été intégrés dans les charges (inutile de les rajouter).

FORMULAIRE :

2. Moment quadratique d'une section rectangulaire de cotés b et h : $I = bh^3/12$

QUELQUES DONNEES

3. Bois résineux :
 - a. Limite d'élasticité en compression : $\sigma_s = 21$ MPa
 - b. Limite d'élasticité en traction : $\sigma_s = 14$ MPa
 - c. Module de Young : $E = 11\ 000$ MPa (1 MPa = 1 MN/m² = 1 N/mm²)

4. Section de la poutre : $b = 10$ cm x $h = 20$ cm

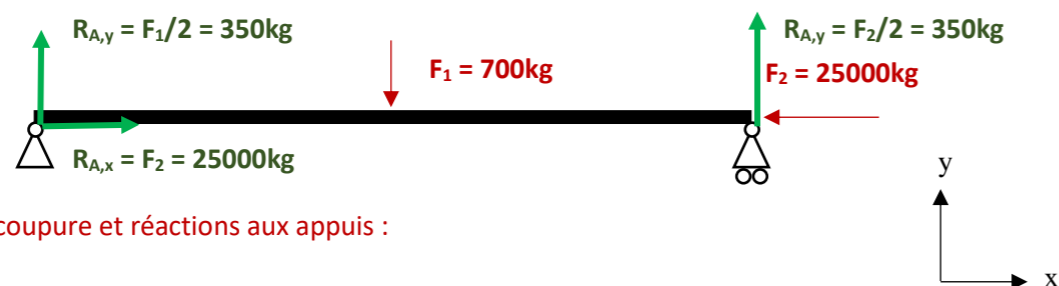
5. Longueur de la poutre : $L = 3$ m

QUESTIONS

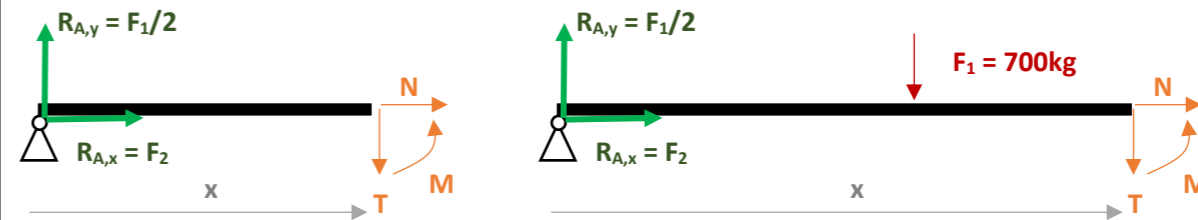
1. Finir le schéma statique et calculer les réactions aux appuis (0,5 pt)
2. Faire les schémas de coupure, calculer et tracer les diagrammes MNT de la poutre. (2 pt)
3. Dans une vue en coupe au centre de la poutre, tracer sous forme de diagramme l'évolution des contraintes normales dues à N seul. (0,5 pt)
4. Dans une vue en coupe au centre de la poutre, tracer sous forme de diagramme l'évolution des contraintes normales dues à M seul. (0,5 pt)
5. Dans une vue en coupe au centre de la poutre, tracer sous forme de diagramme l'évolution des contraintes normales résultantes dues à M+N. (1 pt)
6. Vérifier la poutre à l'effort de traction maximal résultant (0,5 pt).
7. Vérifier la poutre à l'effort de compression maximal résultant. (0,5 pt).
8. Pourquoi cette poutre risquerait-elle malgré tout de rompre (0,5) ?

REPONSES :

1. Schéma statique et réactions aux appuis :



2. Schémas de coupure et réactions aux appuis :



COUPE 1 :

PFS pour les forces projeté en x :

$$N = -R_{A,x} = -F_2$$

PFS pour les forces projeté en y :

$$R_{A,y} - T = 0$$

$$T = R_{A,y} = \frac{F_1}{2}$$

PFS pour les moments appliqué au point A :

$$M - Tx = 0$$

$$M = \frac{F_1}{2} * x$$

COUPE 2 :

PFS pour les forces projeté en x :

$$N = -R_{A,x} = -F_2$$

PFS pour les forces projeté en y :

$$R_{A,y} - T - F_1 = 0$$

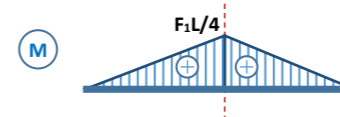
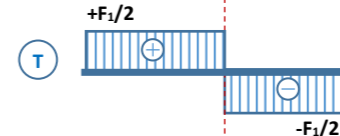
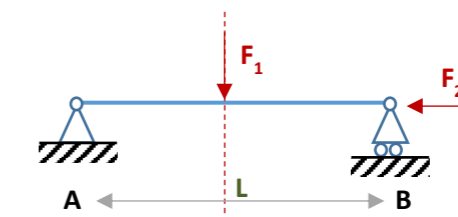
$$T = R_{A,y} - F_1 = -\frac{F_1}{2}$$

PFS pour les moments appliqué au point A :

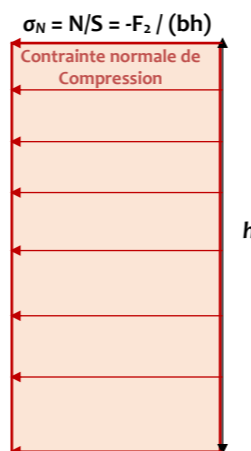
$$M - Tx - F_1 \frac{L}{2} = 0$$

$$M = Tx + F_1 \frac{L}{2}$$

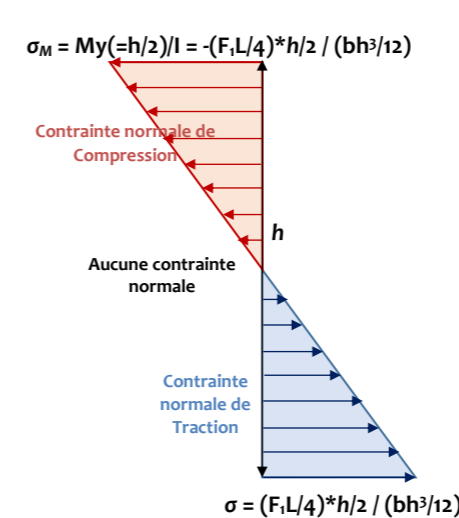
$$M = -\frac{F_1}{2} * x + F_1 \frac{L}{2} = \frac{F_1}{2} (L - x)$$



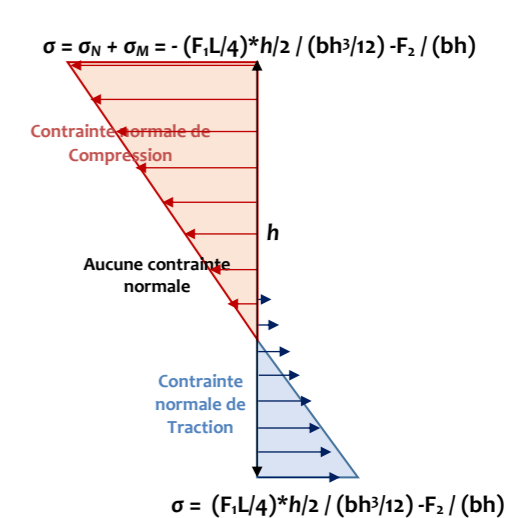
Question 3 :



Question 4 :



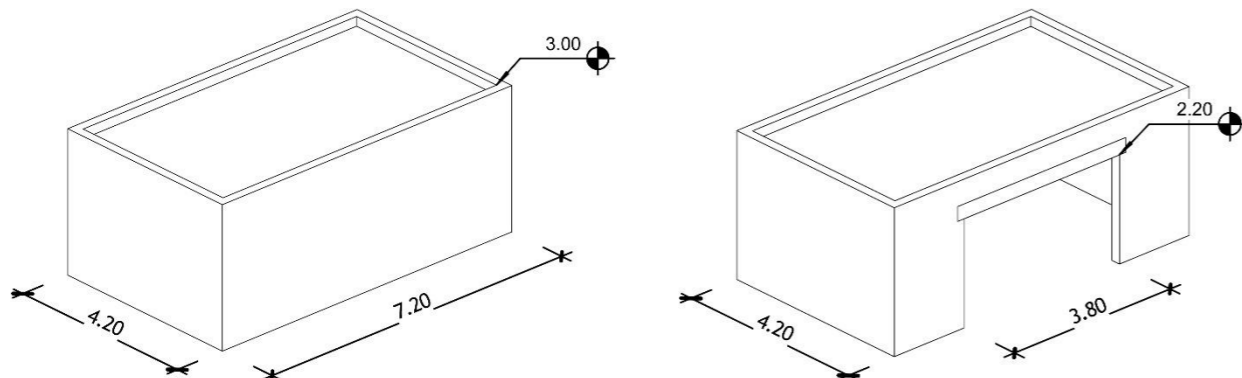
Question 5 :



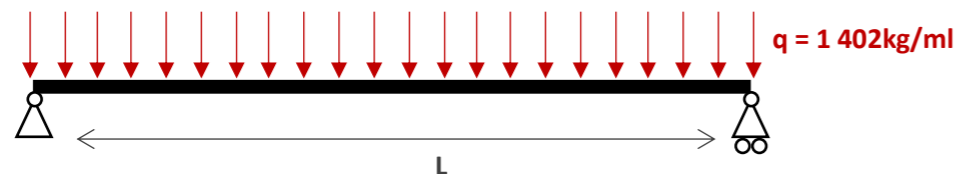
6. En compression (calcul en valeur absolue) : $\sigma = (F_1L/4)*h/2 / (bh^3/12) + F_2 / (bh) = 20,3$ MPa → ok
7. En compression (calcul en valeur absolue) : $\sigma = (F_1L/4)*h/2 / (bh^3/12) - F_2 / (bh) = -4,7$ MPa → ok
8. Avec une compression telle, il faudrait vérifier le flambement !

PROBLEME 2 (6 Points) : Dimensions d'un linteau en bois dans un mur porteur

Il s'agit d'un petit bâtiment en blocs de ciment avec dalle béton en toiture, en fond de jardin, qu'il s'agit de transformer en serre par la création d'une large ouverture vitrée dont je dois dimensionner le linteau en bois.



Voici le schéma statique du linteau en bois :



HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES

- Nous n'appliquerons aucun coefficient ELU ou ELS

FORMULAIRE :

- Moment quadratique d'une section rectangulaire de base b et de hauteur h : $I = bh^3/12$

QUELQUES DONNEES

- **Gros œuvre :**
 - Béton : 2 500 kg/m³
 - Blocs de ciment : 2 200 kg/m³
- **Bois résineux :**
 - Limite d'élasticité en compression : $\sigma_s = 21$ MPa
 - Limite d'élasticité en traction : $\sigma_s = 14$ MPa
 - Module de Young : $E = 11\,000$ MPa ($1\text{ MPa} = 1\text{ MN/m}^2 = 1\text{ N/mm}^2$)
- **Dimensions :**
 - Epaisseur des murs en bloc de ciment : 20cm
 - Epaisseur de la dalle en béton : 20cm
- **Longueur de la poutre :**
 - $L = 3.8$ m

QUESTIONS

1. Expliquer la valeur de $q = 1\,402$ kg/ml (1 pt)
2. La formule du moment est $M(x) = qx(L-x)/2$, le tracer et donner sa valeur maximale. (1 pt)
3. Le linteau est de section rectangulaire, si sa largeur est de 20cm, quelle sera sa hauteur ? (2 pt)
4. La flèche instantanée est donnée par la formule $f_{inst} = 5qL^4/384EI$. Calculer cette flèche sur la base du dimensionnement précédent (0,5 pt). Cette flèche respecte-t-elle le critère du $1/300^{ème}$? (0,5pt)
La flèche après fluage serait donnée dans notre cas par $f_{max} = 12,9 * f_{inst}$. Le critère du $1/300^{ème}$ est-il toujours respecté ? que dois-je faire ? (1pt)

1. Expliquer la valeur de $q = 1\,402$ kg/ml (1 pt)
Bande de charge de la dalle en béton : $3,8 * 4,2 / 2 = 15,96\text{m}^2$, soit $7,98 * 0,2 = 1,596\text{m}^3$, soit $1,596 * 2\,500 = 3\,990\text{kg}$
D'où charge linéique de la dalle béton sur le linteau : $3\,990 / 3,8 = 1\,050\text{kg/m}$
Volume parpaing au dessus linteau (compris volume linteau = hypothèse sécuritaire) : $3,8 * (3 - 2,2) * 0,2 = 0,608\text{m}^3$
Soit $0,608 * 2\,200 = 1\,337,6\text{kg}$, soit $1\,337,6 / 3,8 = 352\text{kg/m}$
Charge linéique totale : $1\,050 + 352 = 1\,402\text{kg/ml}$

5. La formule du moment est $M(x) = qx(L-x)/2$, le tracer et donner sa valeur maximale. (1 pt)



Le maximum est atteint pour $x = L/2$
 $M_{max} = qL^2/8$, soit $25\,306,1$ N.m

6. Le linteau est de section rectangulaire, si sa largeur est de 20cm, quelle sera sa hauteur ? (2 pt).
Dans le cas d'une section rectangulaire, la contrainte maximum est donnée par $\sigma = 6 * M / b * h^2$

D'où $h = \sqrt{\frac{6 * M}{b * \sigma}} = \sqrt{\frac{6 * 25\,306,1}{0,2 * 14\,000\,000}} = 0,23\text{m}$ (on prend la plus petite des limites d'élasticité, car la contrainte maximale est la même au-dessus et en dessous de la poutre)

7. La flèche instantanée est donnée par la formule $f_{inst} = 5qL^4/384EI$. Calculer cette flèche sur la base du dimensionnement précédent

Il nous manque $I = bh^3/12 = 0,2 * 0,23^3 / 12 = 0,0002$

$$f_{inst} = 5 * 14\,020 * 3,8^4 / 384 * 11\,000\,000 * 0,0002 = 0,017\text{m} = 1,7\text{cm}$$

La flèche maximale autorisée est de $1/300^{ème}$ de la portée, soit $3,8 / 300 = 0,012\text{m}$, soit $1,2\text{cm}$

La flèche calculée dépasse de peu la flèche autorisée

Si on prend en compte le fluage (déformation permanente à long terme sous charges constantes), la flèche devient : $f_{max} = 12,9 * f_{inst} = 12,9 * 1,7 = 21,93$ cm. La flèche calculée dépasse largement la flèche autorisée

Dans le cas de matériaux qui ont un module de Young peu élevé, le critère prédominant est souvent la déformation (ELS) et pas la vérification de contrainte (ELU), je dois refaire mon calcul en partant de l'expression de la flèche et en fixant la déformation à la flèche maximale autorisée après fluage

Bonus

$$0,012 / 12,9 = 0,00093 = 5qL^4 / 384EI = 5qL^4 / 384Eb^3/12$$

$$D'où h = \sqrt[3]{\frac{12 * 5 * q * L^4}{384 * E * b * 0,00093}} = \sqrt[3]{\frac{60 * 14\,020 * 3,8^4}{384 * 11\,000\,000 * 0,2 * 0,00093}} = 0,6\text{m} = 60\text{cm}$$