



CM : STRUCTURE 1

CYCLE LICENCE S3/S4

Marc LEYRAL

Sylvain EBODE

S1-C8

LES SYSTÈMES RÉTICULÉS

Application aux poutres treillis planes



1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
5. Bilan 5'

3 petites questions

Quel nombre divisé par lui-même donne son double?

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
5. Bilan 5'

3 petites questions

Quel nombre divisé par lui-même donne son double?

0,5

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
5. Bilan 5'

3 petites questions

Un père et un fils ont à eux deux 36 ans.

Sachant que le père a 30 ans de plus que le fils, quel âge a le fils ?

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
5. Bilan 5'

3 petites questions

Un père et un fils ont à eux deux 36 ans.

Sachant que le père a 30 ans de plus que le fils, quel âge a le fils ?

3 et 33

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 20'

- a. Présentation
- b. Systèmes réticulés

4. Application 120'

- a. Méthode des nœuds
- b. Méthode des coupures
- c. Méthode graphique
- d. Dimensionnement

5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. ÉCHAUFFEMENT

3 petites questions

Un homme est en prison dans un pays curieux composé de menteurs (personnes qui mentent toujours) et de véridiques (personnes qui disent toujours la vérité).

Deux gardiens surveillent sa cellule et il sait que l'un est un menteur, l'autre un véridique. Dans sa cellule, il y a deux portes, l'une donnant menant à la liberté et l'autre à la salle de tortures.

Il a le droit de poser une question unique aux gardiens, laquelle ?

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 20'

- a. Présentation
- b. Systèmes réticulés

4. Application 120'

- a. Méthode des nœuds
- b. Méthode des coupures
- c. Méthode graphique
- d. Dimensionnement

5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. ÉCHAUFFEMENT

3 petites questions

Un homme est en prison dans un pays curieux composé de menteurs (personnes qui mentent toujours) et de véridiques (personnes qui disent toujours la vérité).

Deux gardiens surveillent sa cellule et il sait que l'un est un menteur, l'autre un véridique. Dans sa cellule, il y a deux portes, l'une donnant menant à la liberté et l'autre à la salle de tortures.

Il a le droit de poser une question unique aux gardiens, laquelle ?

Si je demandais à votre collègue si cette porte mène à la liberté, que dirait-il ?

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. ÉCHAUFFEMENT

1. ECHAUFFEMENT

Question du jour :



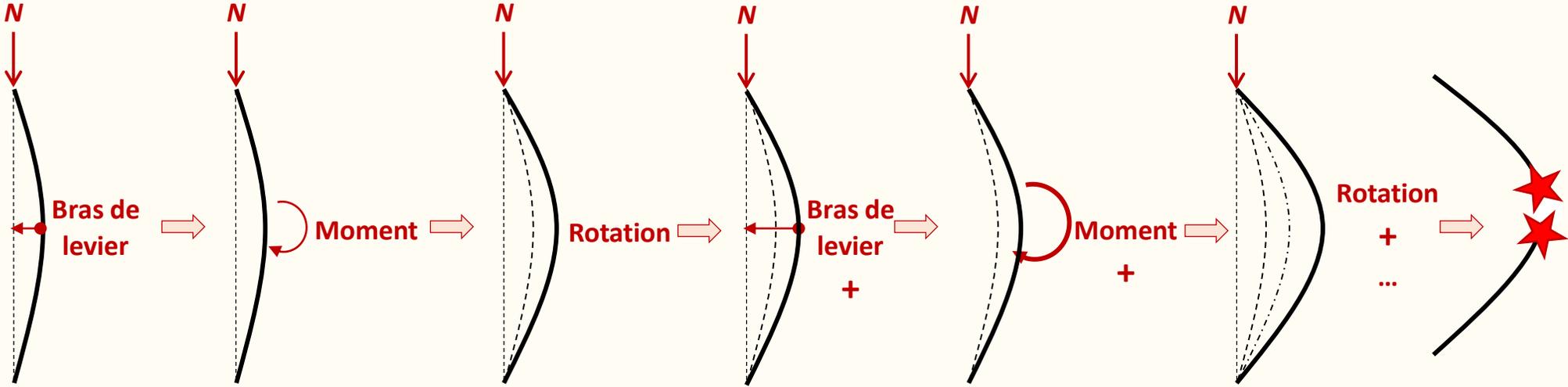
S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

2. RAPPELS

LE FLAMBEMENT (RAPPELS)

Il s'agit d'un phénomène **auto-entretenu** (« réaction en chaîne ») d'**instabilité** des **éléments comprimés** :

- 1. Un léger décalage crée un bras de levier entre la force exercée et le milieu du poteau.
- 2. Ce bras de levier génère un moment
- 3. Moment → rotation : le poteau fléchit
- 4. Le bras de levier augmente
- 5. Donc le moment augmente
- 1. Donc le poteau fléchit plus
- 5. et le bras de levier augmente encore...
- 6. ...
- 7. Le poteau casse



SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

- 3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés

- 4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement

5. Bilan 5'



S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

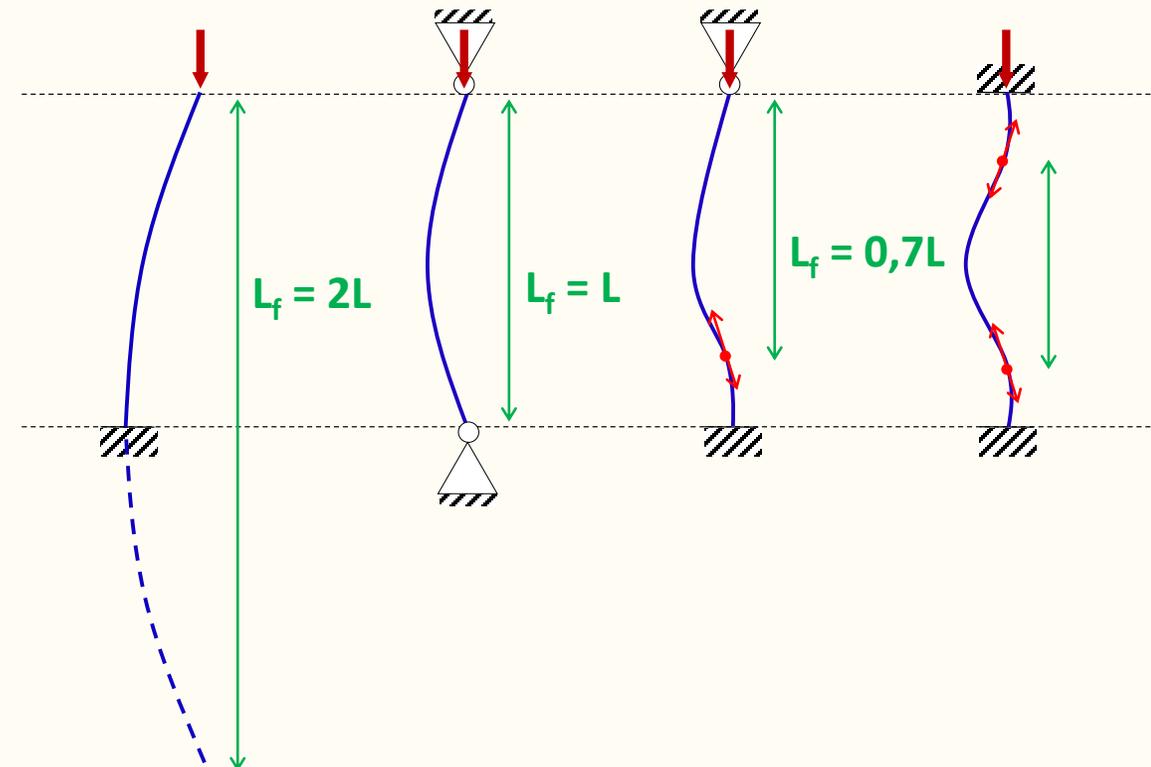
2. RAPPELS

LE FLAMBEMENT (RAPPELS)

Le flambement apparaît lorsque la force de compression dépasse une certaine valeur, appelée **force critique** (d'Euler) :

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l_f^2}$$

- E est le module de Young et ne dépend que du matériau
(« raideur » du matériau : quantifie l'allongement d'un matériau en fonction de la force appliquée)
- I est le moment quadratique (ou « inertie ») et ne dépend que de la section de l'élément.
- l_f est la longueur de flambement



SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 20'

- Présentation
- Systèmes réticulés

4. Application 120'

- Méthode des nœuds
- Méthode des coupures
- Méthode graphique
- Dimensionnement

5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

2. RAPPELS

LE FLAMBEMENT (RAPPELS)

Pour réduire le risque de flambement il faut donc **réduire l'élanement de l'élément** :

- Soit en augmentant l'inertie de la section

BIEN : augmenter la section

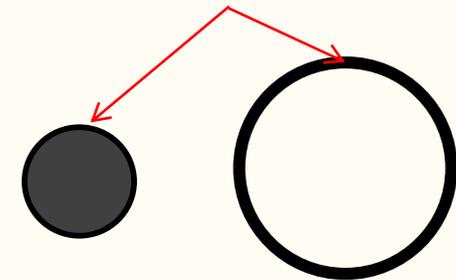


PEU EFFICACE
Contre le
flambement

PLUS EFFICACE
Contre le
flambement

MIEUX : jouer sur la répartition de la matière

Même quantité de matière



PEU EFFICACE
Contre le
flambement

TRÈS EFFICACE
Contre le
flambement

- Soit en diminuant la longueur de flambement
 - Par des appuis plus efficaces (encastremements)
 - En rajoutant des rigidités



SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 20'

- Présentation
- Systèmes réticulés

4. Application 120'

- Méthode des nœuds
- Méthode des coupures
- Méthode graphique
- Dimensionnement

5. Bilan 5'

1. Échauffement **10'**
2. Rappels **10'**
3. Cours **20'**
 - a. **Présentation**
 - b. Systèmes réticulés
4. Application **120'**
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
5. Bilan **5'**

LES SYSTEMES RÉTICULÉS : À QUOI ÇA SERT?

- Comprendre le fonctionnement d'un nouveau composant n'utilisant que traction et compression, pouvoir le dimensionner et l'utiliser.
- Accéder aux grandes portées.

PRÉREQUIS : QUELQUES NOTIONS DE BASES SONT SUFFISANTES

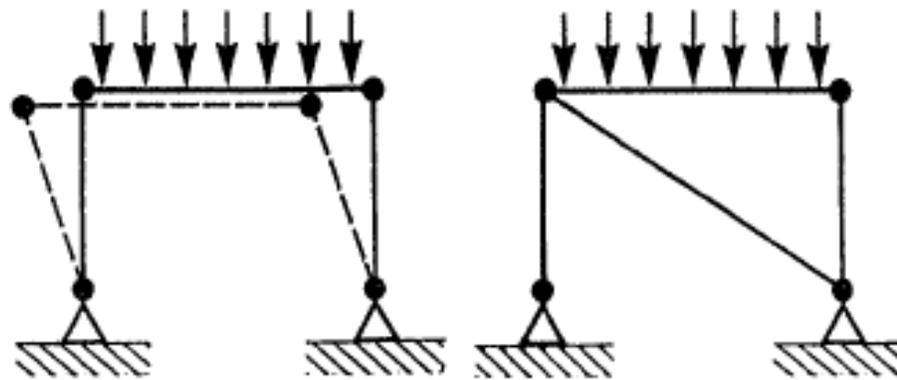
1. Savoir ce qu'est la traction, la compression et le flambement.
2. Être méthodique

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

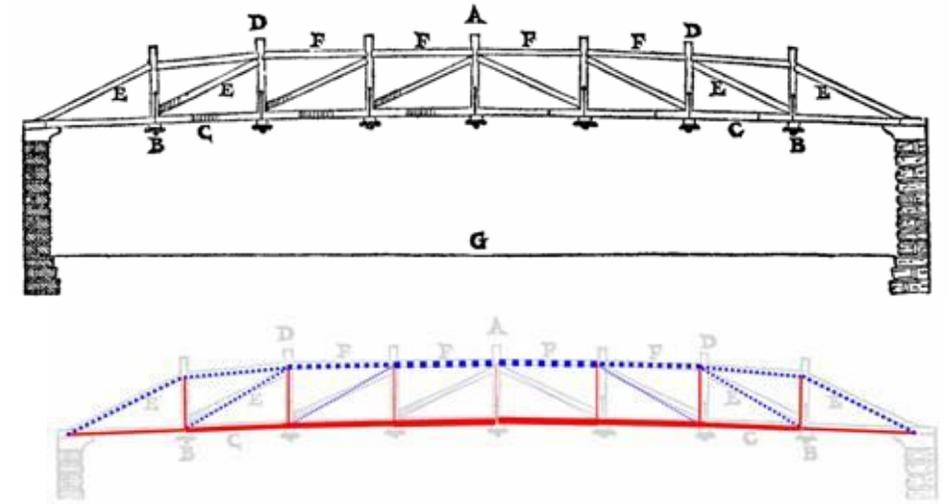
3.b. Systèmes réticulés

DEFINITION

- Un treillis est **une structure réticulée** plane ou tridimensionnelle constituée de barres.
- Elle est dite réticulée lorsque tous les organes de liaisons sont des **rotules**.
- De ce fait, les barres travaillent uniquement en **compression** et en **traction**.
- Pour être auto-stable, les constructions treillis doivent être constituées de **triangles**.

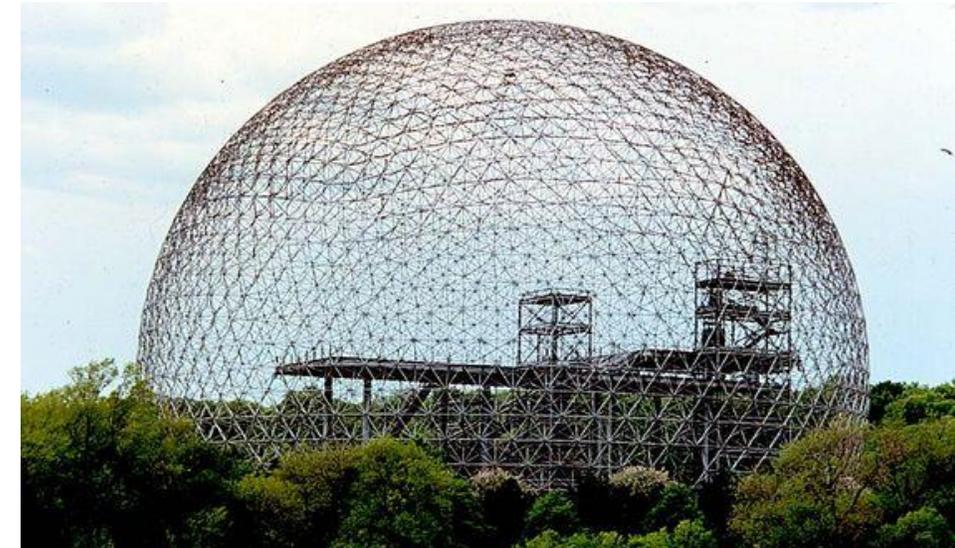


La nécessaire triangulation des treillis



Exemple - Poutre Treillis de Palladio

Compression
Traction



Système réticulé 3D : dôme géodésique, Pavillon USA Expo de 1967 à Montréal, Buckminster Fuller

SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. **Systèmes réticulés**
4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
5. Bilan 5'

SOMMAIRE – S1-C8

LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
5. Bilan 5'

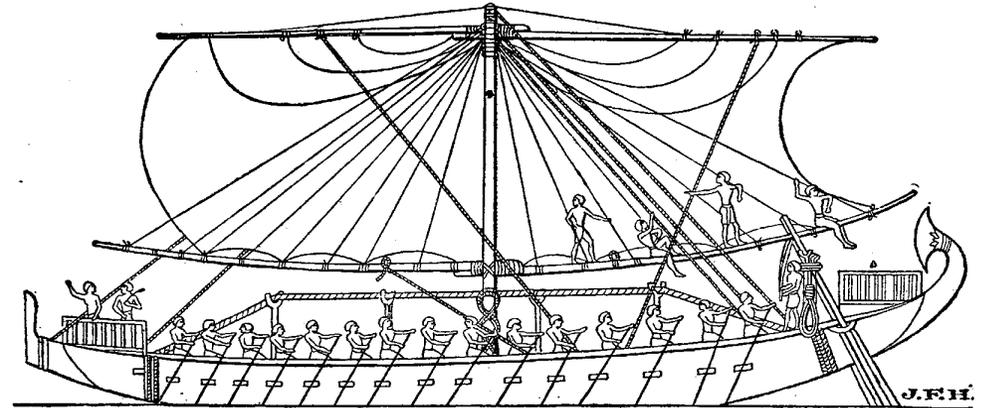
S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

3.a. Présentation

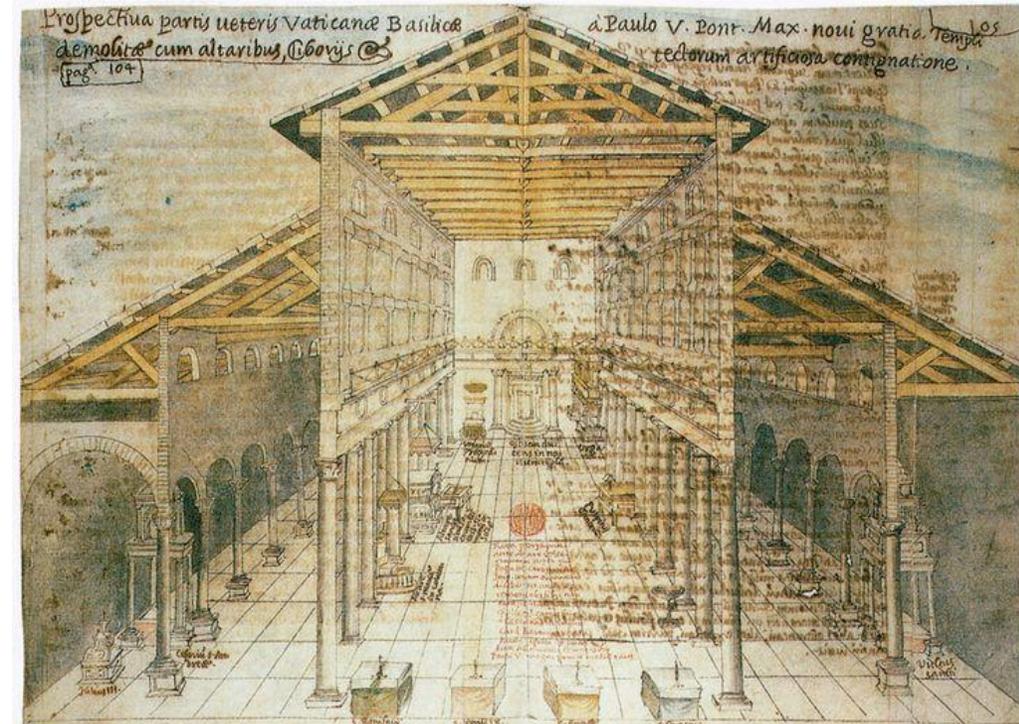
HISTORIQUE

- Les égyptiens utilisait déjà en 1250 avant J.C. des **treillis de corde** pour rigidifier leur longs bateaux (source : Wikipédia).
- Vinrent ensuite les **fermes en bois** comme celle de l'ancienne basilique Saint-Pierre de Rome en 330 après J.C.
- Les premiers ponts treillis étaient en **bois**.
- La **révolution industrielle**, et donc la production en série d'éléments en fer, se développe au Royaume-Uni et aux U.S.A. à la fin du XVIIIe siècle. Les chemins de fer se développent et, avec eux, les ponts poutres treillis, qui deviennent progressivement en **fer**.

Les **détails constructifs bois** sont alors **copiés sur les ouvrages métalliques**.



Egyptian ship on the Red Sea, about 1250 B.C. [From Torr's "Ancient Ships."]
 Mr. Langton Cole calls attention to the rope truss in this illustration, stiffening the beam of the ship. No other such use of the truss is known until the days of Modern engineering.



SOMMAIRE – S1-C8
LES SYSTEMES RÉTICULÉS

- 1. Échauffement 10'
- 2. Rappels 10'
- 3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
- 4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement

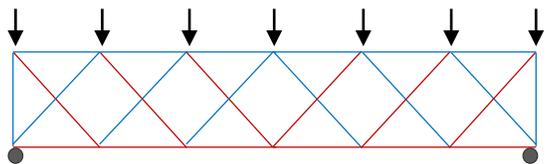
S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

3.a. Présentation

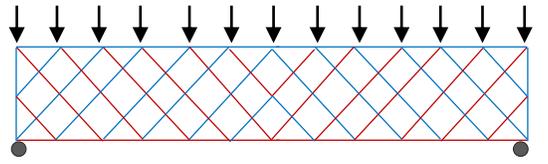
GRANDS TYPES DE TREILLIS

— Compression
— Traction

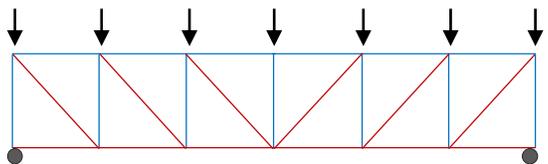
TOWN SIMPLE



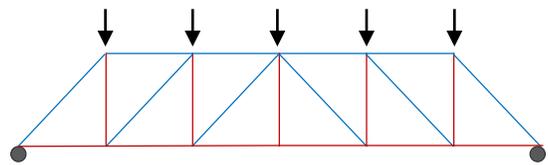
TOWN DOUBLE



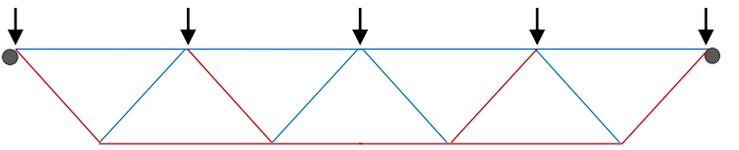
PRATT



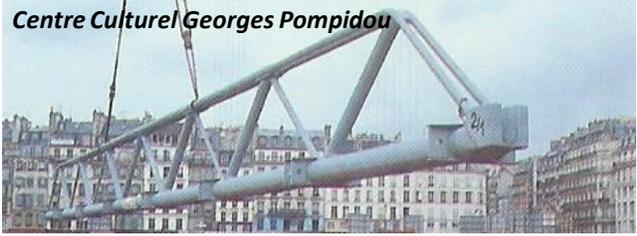
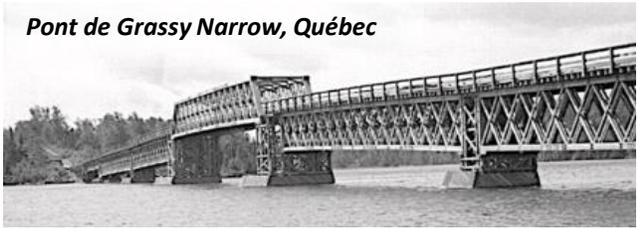
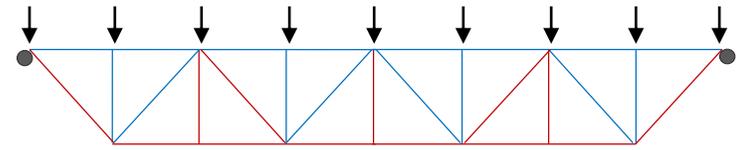
HOWE ET ALLAN



WARREN SANS MONTANTS



WARREN AVEC MONTANTS

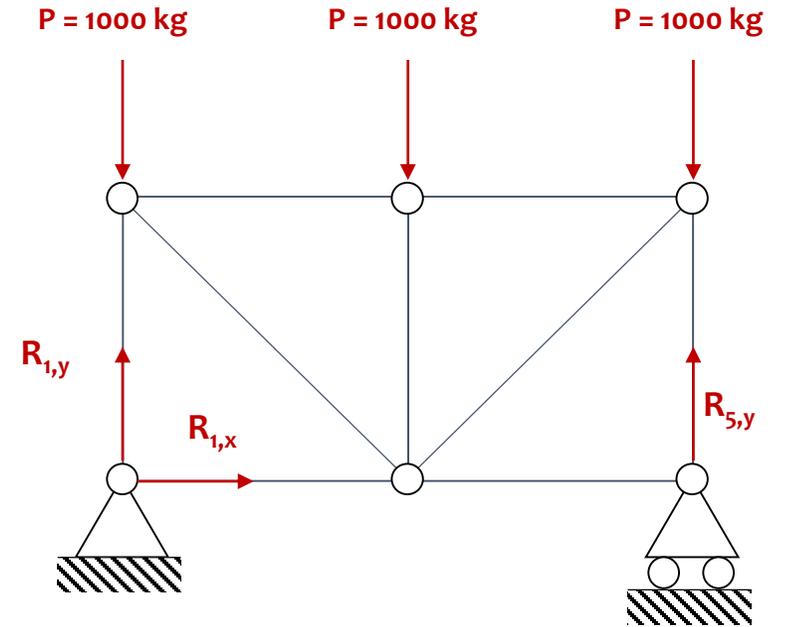
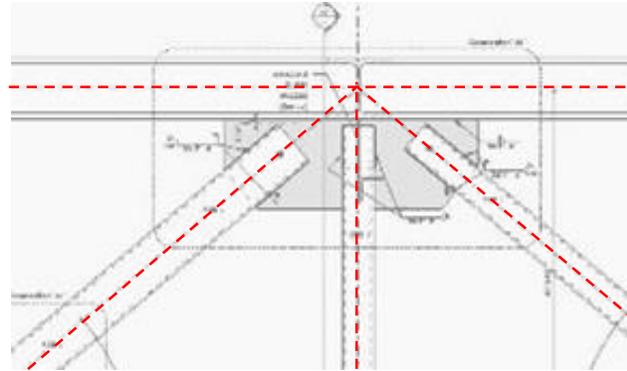


S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

3.b. Systèmes réticulés

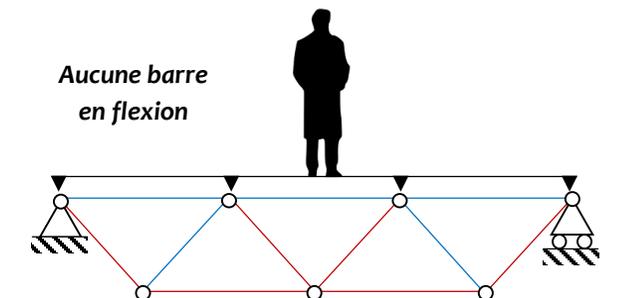
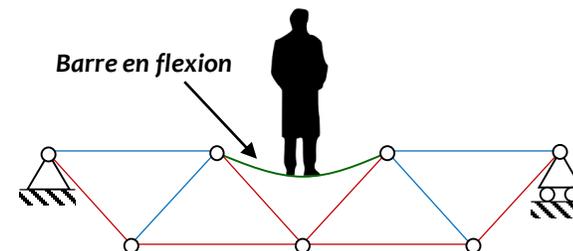
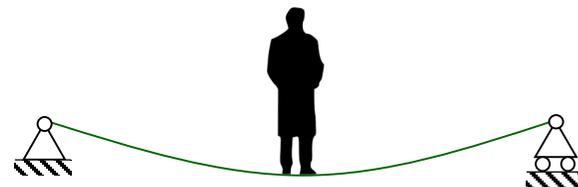
MODÉLISATION DU TREILLIS :

- **Barres** : éléments rigides caractérisés par la longueur, la section, et le type de matériau.
- **Nœuds** : considérés comme articulations parfaites.
- **Les barres se rejoignent aux nœuds.** L'épure doit être parfaite pour éviter l'apparition de moments parasites.



Exemple de schéma statique d'une poutre treillis

- Les charges doivent **impérativement être appliquées aux nœuds** afin de ne pas introduire un moment dans la barre :



SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 20'

- Présentation
- Systèmes réticulés**

4. Application 120'

- Méthode des nœuds
- Méthode des coupures
- Méthode graphique
- Dimensionnement

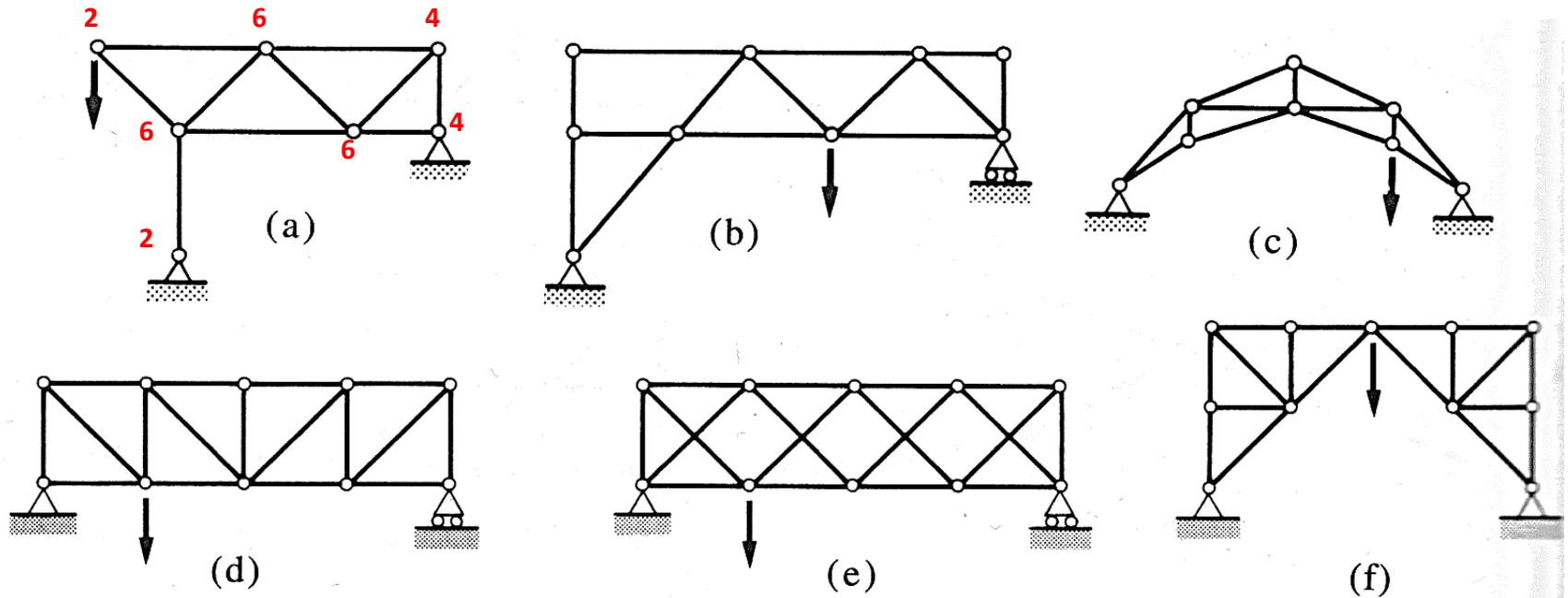
5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

3.b. Systèmes réticulés

MODÉLISATION DU TREILLIS :

- Le treillis est une structure **isostatique**, c'est-à-dire que les équations d'équilibre suffisent à sa résolution mécanique. Comme il n'y a pas de moments, seules les équations en force suffisent.
- Les appuis seront dans le cours choisis de manière à avoir l'isotastisme complet du système.



Exemple treillis (a) – les autres sont à calculer à la discrétion des étudiants :

$$h = i - n$$

$$h = (2 + 2 + 4 + 4 + 6 + 6 + 6) - 10 \times 3 = 30 - 30$$

$$h = 0 \rightarrow \text{ système isostatique }$$

SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

- Échauffement 10'
- Rappels 10'
- Cours 20'
 - Présentation
 - Systèmes réticulés
- Application 120'
 - Méthode des nœuds
 - Méthode des coupures
 - Méthode graphique
 - Dimensionnement
- Bilan 5'

SOMMAIRE – S1-C8
LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 20'

a. Présentation

b. **Systemes réticulés**

4. Application 120'

a. Méthode des nœuds

b. Méthode des coupures

c. Méthode graphique

d. Dimensionnement

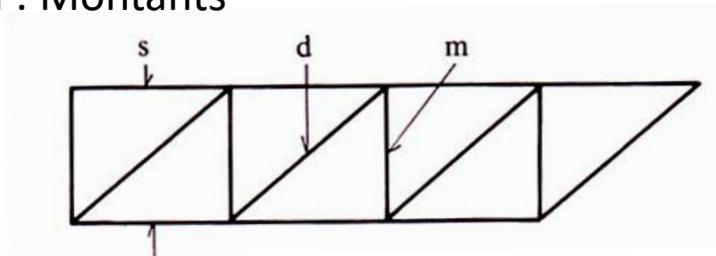
5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

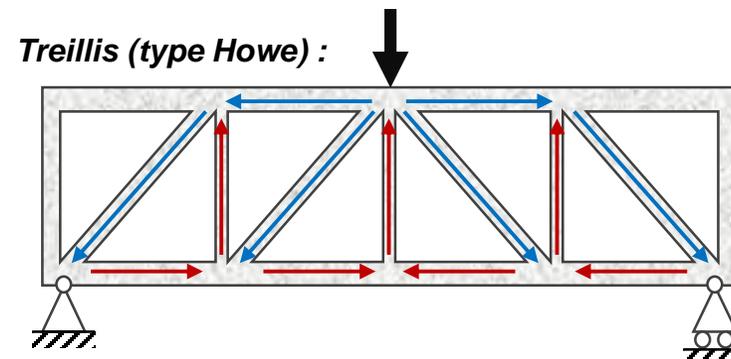
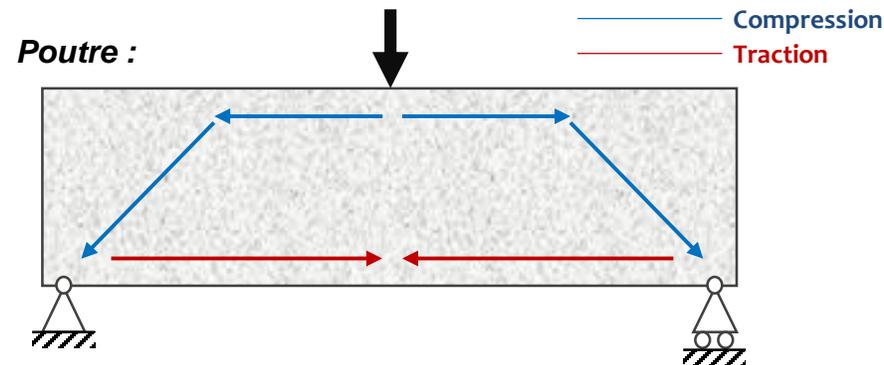
3.b. Systemes réticulés

VOCABULAIRE CONSTRUCTIF :

- S : Membrures inférieures ou supérieures
- D : Diagonales
- M : Montants



CIRCULATION DES EFFORTS :



Ces structures ont l'avantage d'être légères et efficaces pour franchir des grandes portées.

STRUCTURAL EFFICIENCY	LOW	Simple	Timber joist	Reinforced concrete slab
	Non-form-active	Improved	Steel I-beam	Reinforced concrete trough waffle slab
			Steel castellated beam	Steel timber or reinforced concrete folded plate
	Form-active	HIGH	Steel & timber trusses	Stressed skin pane
Space frame				
Semi-form-active	Simple		Laminated timber portal frame	
	Improved		Trussed portal	
Form-active			Arch or shell	
			Tensile membrane or cable net	

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

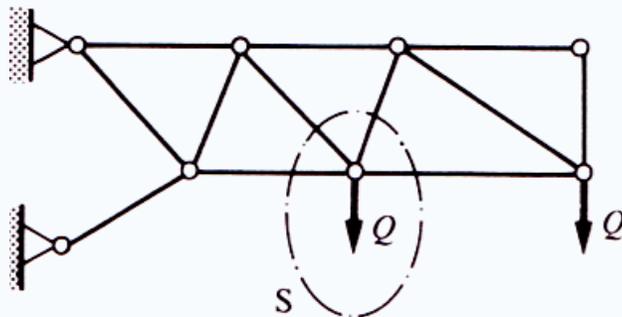
4.a. Méthode des nœuds

PRINCIPES DE LA MÉTHODES DES NŒUDS :

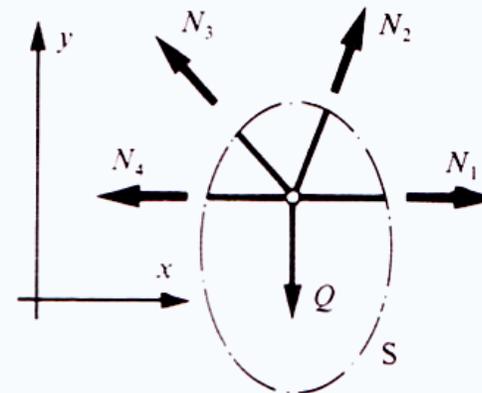
Chaque nœud de la poutre treillis étant on équilibre, nous pouvons l'isoler et y appliquer le PFS pour trouver les forces qui y concourent. Ces forces correspondent aux forces internes dans les barres de la poutre treillis :

- **Étape 1** : isoler le nœud en coupant par la pensée les barres concourantes
- **Étape 2** : indiquer les forces pour chaque barre (connues ou inconnues avec convention de signe orientée vers l'extérieur). La barre étant soit en compression soit en traction, la force va forcément dans la direction de la barre (colinéarité de la force et de la barre).
- **Étape 3** : trouver les forces, soit par le calcul en appliquant le PFS, soit graphiquement en fermant le polygone des forces.

Étape 1 : isoler le nœud

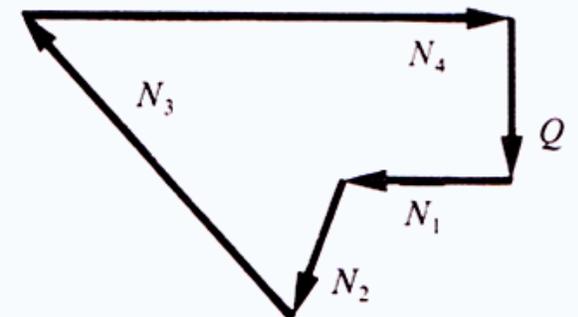


Étape 2 : indiquer les forces des barres



Étape 3 : trouver les forces analytiquement ou graphiquement

$$\vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{N}_3 + \vec{N}_4 + \vec{Q} = \vec{0}$$



SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
5. Bilan 5'

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 20'

- a. Présentation
- b. Systèmes réticulés

4. Application 120'

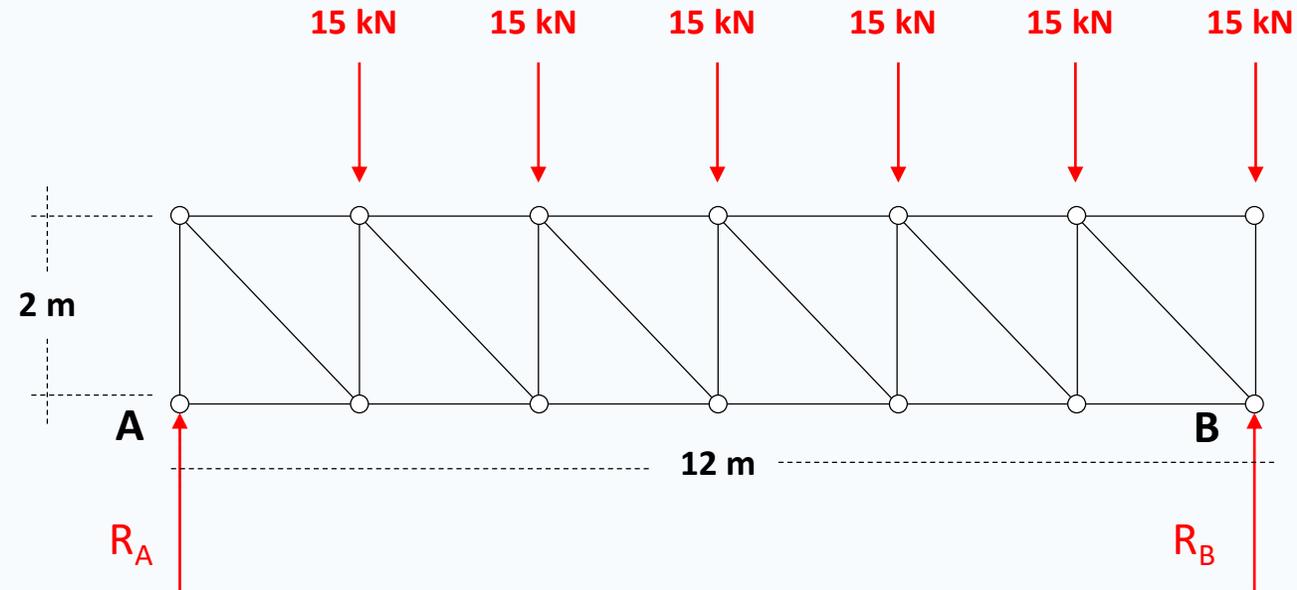
- a. Méthode des nœuds
- b. Méthode des coupures
- c. Méthode graphique
- d. Dimensionnement

5. Bilan 5'

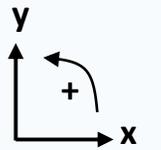
S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.a. Méthode des nœuds

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Repère de calcul :



Nous cherchons les efforts dans cette exemple de poutre treillis.

Nous devons avant toute chose commencer par le calcul des réactions aux appuis R_A et R_B

PFS sur les moments en A :

$$-15 \text{ kN} \times (2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12) + R_B \times 12 = 0$$

$$R_B = 15 \text{ kN} \times (2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12) / 12$$

$$R_B = 52,5 \text{ kN}$$

PFS sur les forces en Y :

$$R_A + R_B - 15 \text{ kN} \times 6 = 0$$

$$R_A = 15 \text{ kN} \times 6 - R_B = 90 \text{ kN} - 52,5 \text{ kN}$$

$$R_A = 37,5 \text{ kN}$$

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 20'

- a. Présentation
- b. Systèmes réticulés

4. Application 120'

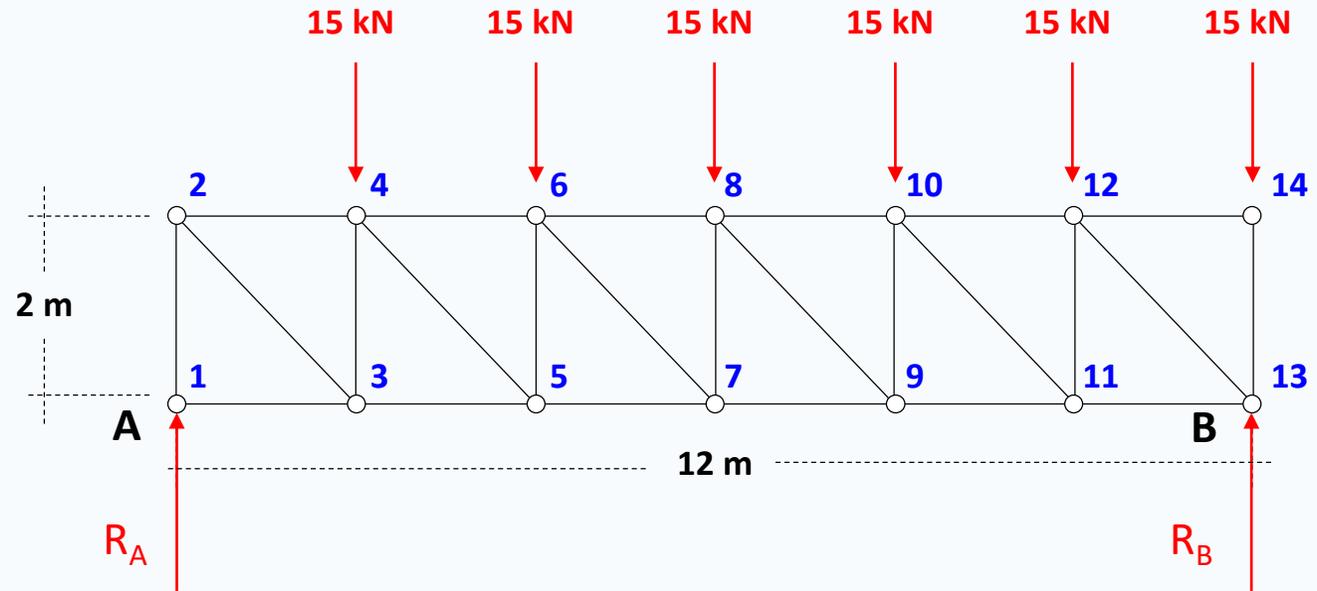
- a. Méthode des nœuds
- b. Méthode des coupures
- c. Méthode graphique
- d. Dimensionnement

5. Bilan 5'

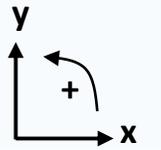
S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.a. Méthode des nœuds

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Repère de calcul :



On numérote ensuite les nœuds.

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 20'

- a. Présentation
- b. Systèmes réticulés

4. Application 120'

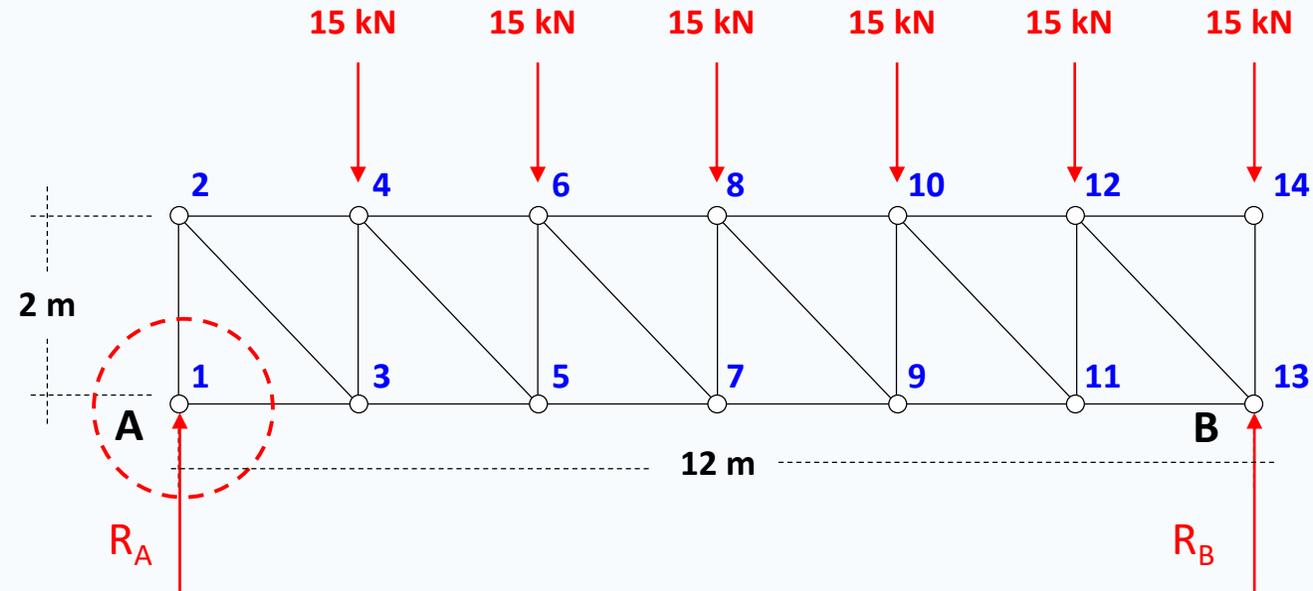
- a. Méthode des nœuds
- b. Méthode des coupures
- c. Méthode graphique
- d. Dimensionnement

5. Bilan 5'

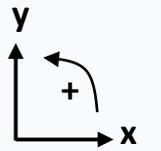
S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.a. Méthode des nœuds

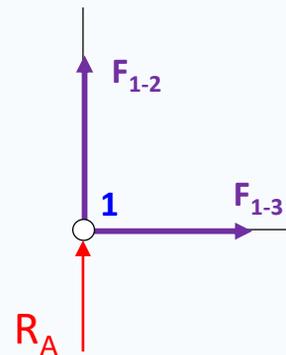
POUTRE TRELLIS BIDIMENSIONNELLE



Repère de calcul :



On isole le nœud 1 :



PFS sur les forces en X :

$$F_{1-3} = 0 \text{ kN}$$

PFS sur les forces en Y :

$$F_{1-2} + R_A = 0$$

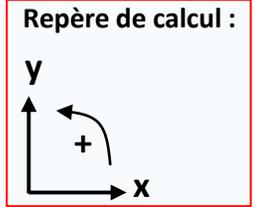
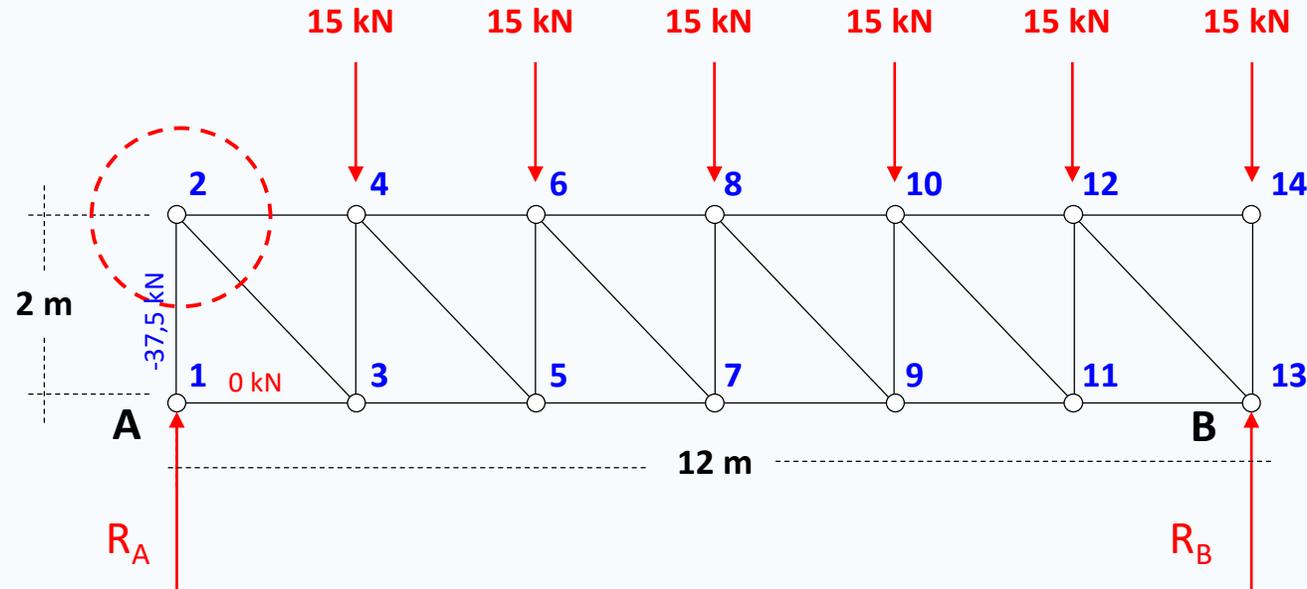
$$F_{1-2} = -R_A$$

$$F_{1-2} = -37,5 \text{ kN}$$

Le signe « - » montre que la force va vers le nœuds, elle « pousse » sur lui : la barre est en **compression**

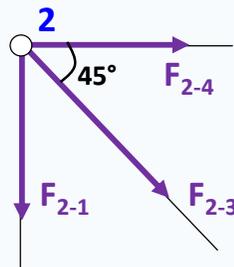
4.a. Méthode des nœuds

POUTRE TRELLIS BIDIMENSIONNELLE



1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
5. Bilan 5'

On isole le nœud 2 :



PFS sur les forces en Y :

$$- F_{2-1} - F_{2-3} \times \sin(45^\circ) = 0$$

$$F_{2-3} = - F_{2-1} / \sin(45^\circ) = 53 \text{ kN} \quad \text{Traction}$$

PFS sur les forces en X :

$$F_{2-4} + F_{2-3} \times \cos(45^\circ) = 0$$

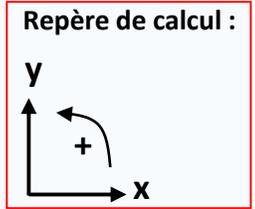
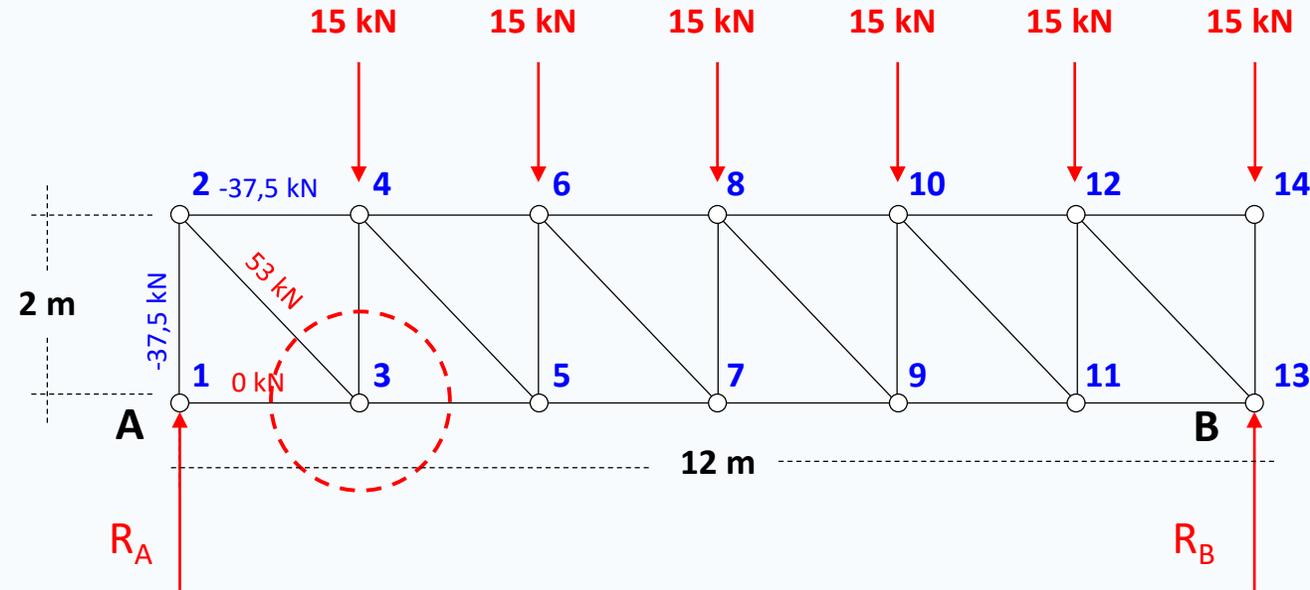
$$F_{2-4} = - F_{2-3} \times \cos(45^\circ) = - 37,5 \text{ kN}$$

Compression

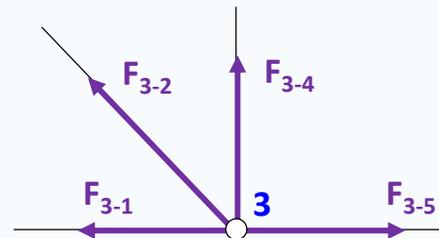
S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.a. Méthode des nœuds

POUTRE TRELLIS BIDIMENSIONNELLE



On isole le nœud 3 :



PFS sur les forces en X :

$$- F_{3-1} - F_{3-2} \times \cos(45^\circ) + F_{3-5} = 0$$

$$F_{3-5} = F_{3-1} + F_{3-2} \times \cos(45^\circ) = 37,5 \text{ kN Traction}$$

PFS sur les forces en Y :

$$F_{3-2} \times \sin(45^\circ) + F_{3-4} = 0$$

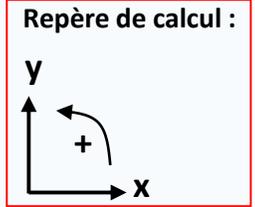
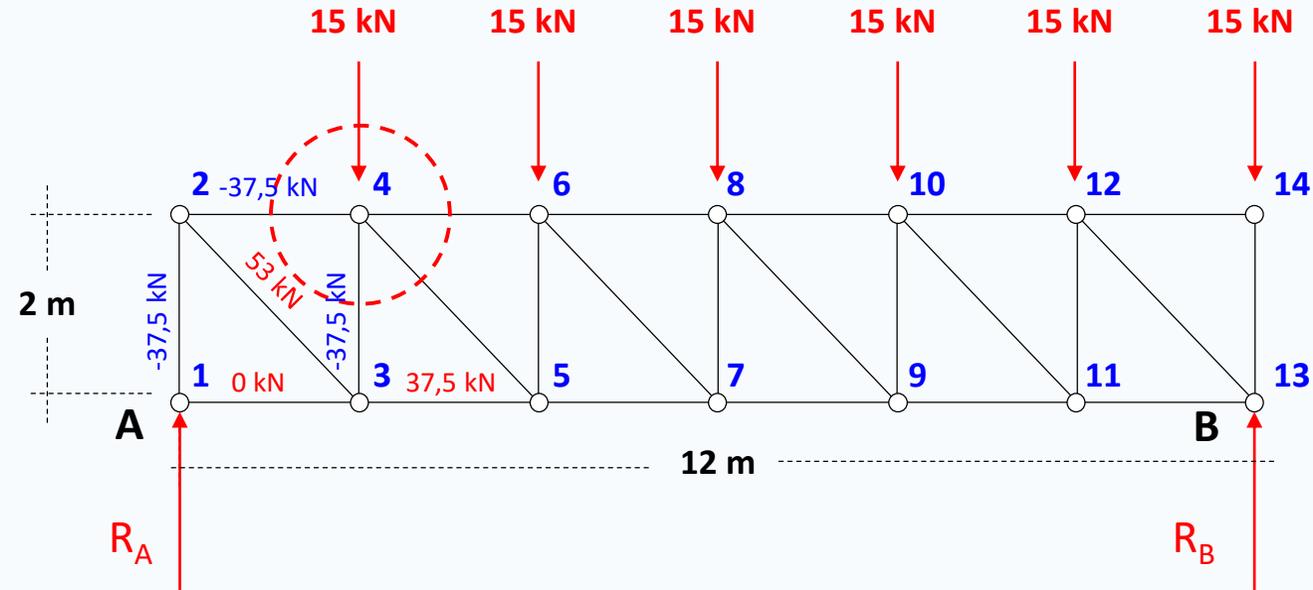
$$F_{3-4} = - F_{3-2} \times \sin(45^\circ) = - 37,5 \text{ kN Compression}$$

SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
5. Bilan 5'

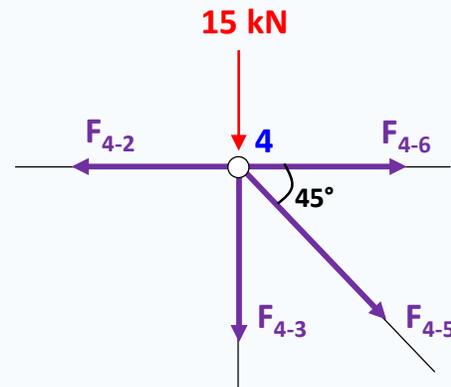
4.a. Méthode des nœuds

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
5. Bilan 5'

On isole le nœud 4 :



PFS sur les forces en Y :

$$- F_{4-3} - F_{4-5} \times \sin(45^\circ) - 15 \text{ kN} = 0$$

$$F_{4-5} = (- F_{4-3} - 15 \text{ kN}) / \sin(45^\circ) = 31,8 \text{ kN}$$

Traction

PFS sur les forces en X :

$$- F_{4-2} + F_{4-5} \times \cos(45^\circ) + F_{4-6} = 0$$

$$F_{4-6} = F_{4-2} - F_{4-5} \times \cos(45^\circ) = - 60 \text{ kN}$$

Compression

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 20'

- a. Présentation
- b. Systèmes réticulés

4. Application 120'

- a. Méthode des nœuds
- b. Méthode des coupures
- c. Méthode graphique
- d. Dimensionnement

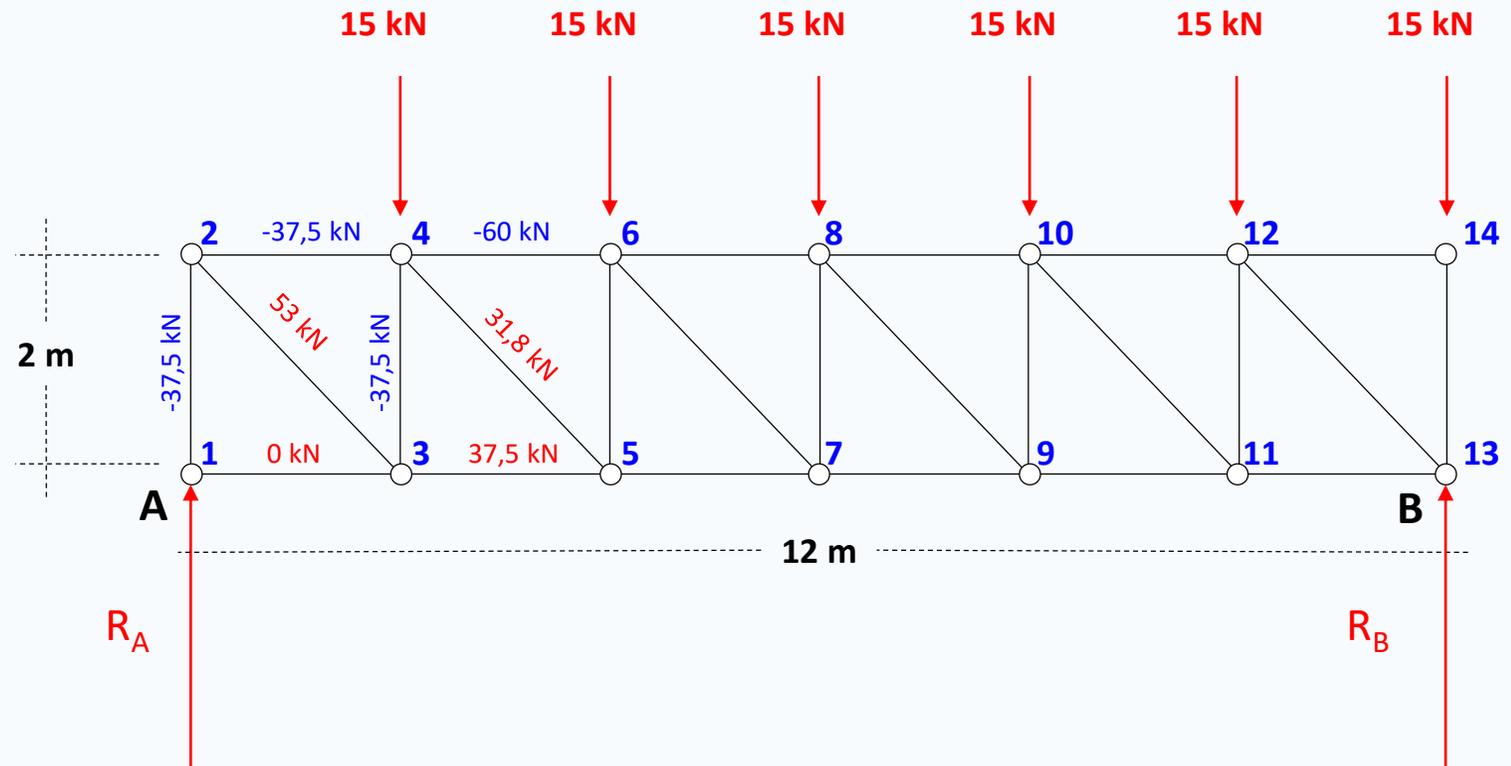
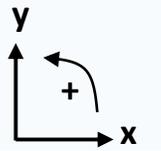
5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.a. Méthode des nœuds

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE

Repère de calcul :



Entraînez-vous à trouver les résultats des nœuds restants
et comparez vos résultats à ceux de la méthode graphique.

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

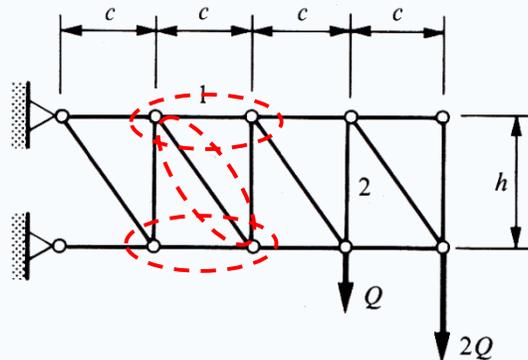
4.a. Méthode des nœuds

PRINCIPES DE LA MÉTHODES DES COUPURES DE RITTER :

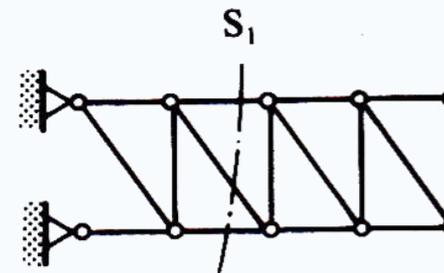
Cette méthode consiste à effectuer des coupures fictives au sein de la poutre et de considérer que la partie isolée est en équilibre sous l'effet des forces de la partie coupée. Nous pouvons alors appliquer le PFS pour déterminer ces **forces équilibrantes**. Ces forces correspondent aux forces internes dans les barres de la poutre treillis :

- **Étape 1** : Couper au travers des barres qui nous intéressent
- **Étape 2** : Isoler la partie qui nous intéresse (gauche ou droite) et représenter les forces équilibrantes connues ou inconnues avec convention de signe orientée vers l'extérieur. La barre étant soit en compression soit en traction, la force va forcément dans la direction de la barre (colinéarité de la force et de la barre).
- **Étape 3** : Écrire l'équilibre des moments issu du PFS de la partie isolée en choisissant judicieusement un nœud comme centre d'application ou calculer la somme des forces.

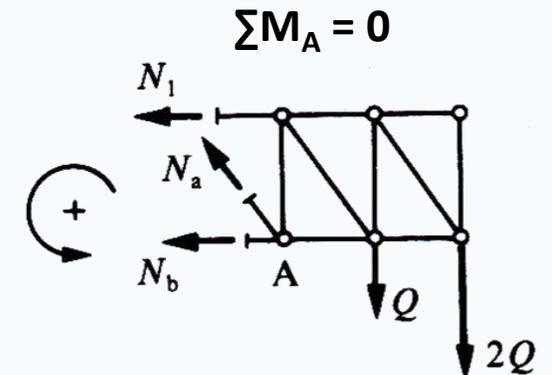
Étape 1 : Choisir les barres



Étape 2 : Dessiner la coupure



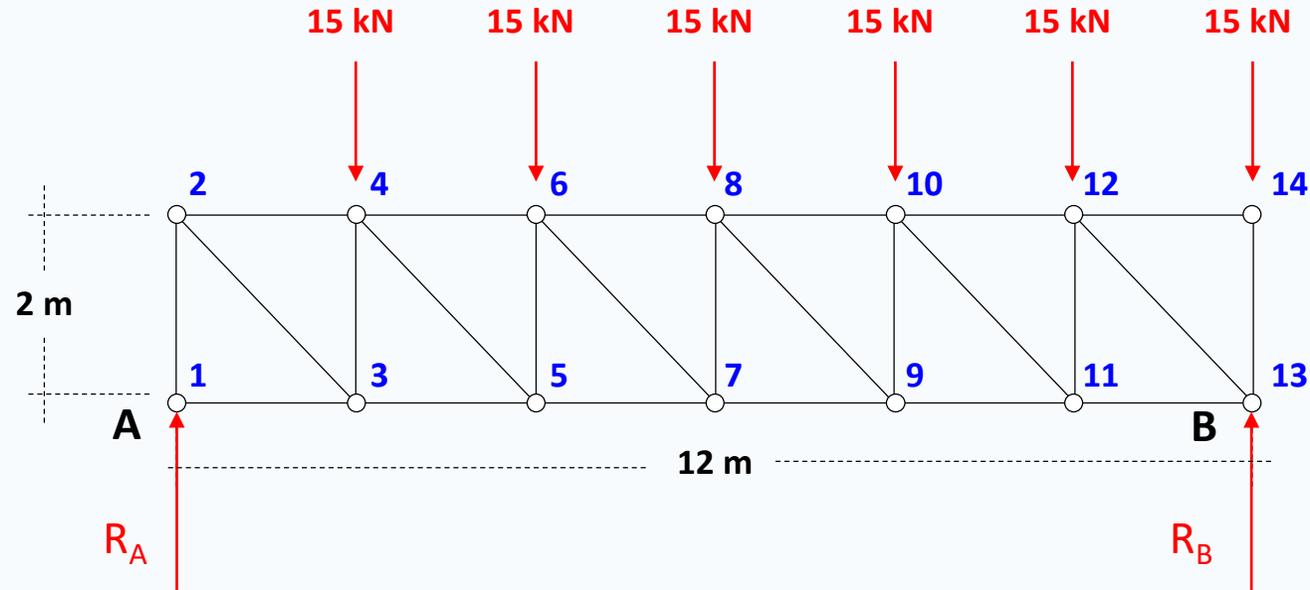
Étape 3 : trouver les forces



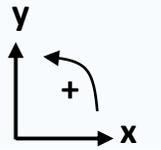
S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.b. Méthode des coupures

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Repère de calcul :



Nous cherchons les efforts dans **la barre 6-8** dans cet exemple de poutre treillis.

On numérote ensuite les nœuds. Les barres sont nommées d'après les nœuds

Nous devons avant toute chose commencer par le calcul des réactions aux appuis R_A et R_B

$$R_A = 37,5 \text{ kN}$$

$$R_B = 52,5 \text{ kN}$$

SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
5. Bilan 5'

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 20'

- a. Présentation
- b. Systèmes réticulés

4. Application 120'

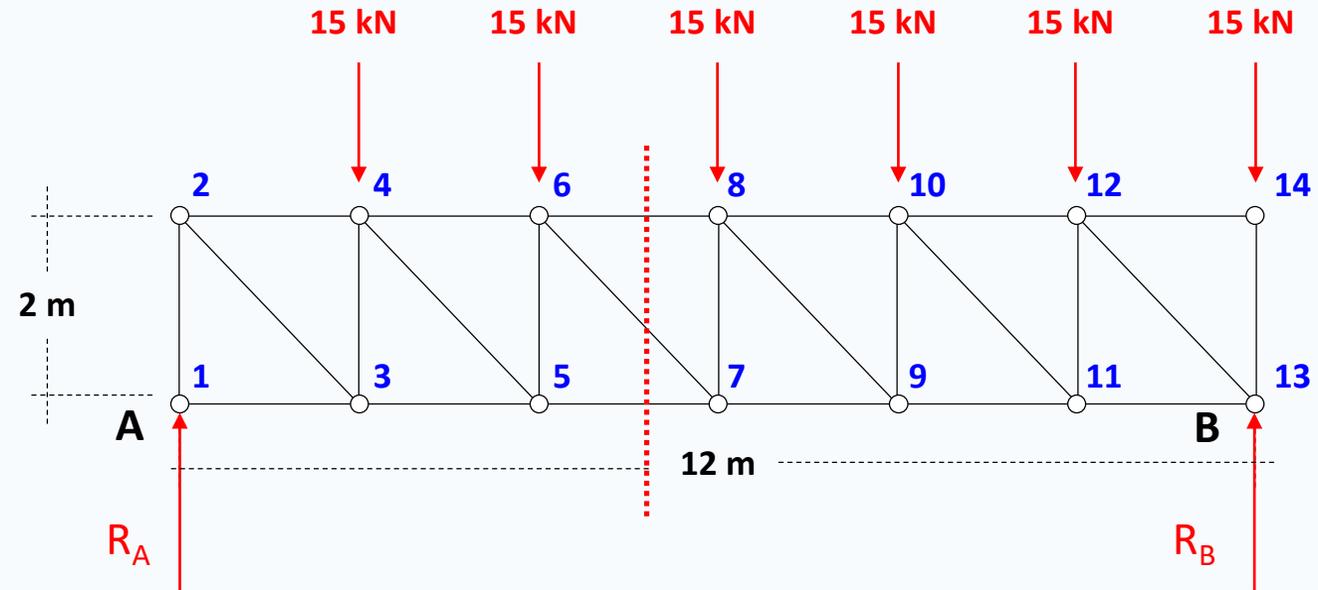
- a. Méthode des nœuds
- b. Méthode des coupures
- c. Méthode graphique
- d. Dimensionnement

5. Bilan 5'

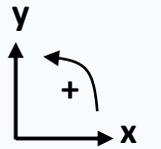
S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.b. Méthode des coupures

POUTRE TRELLIS BIDIMENSIONNELLE



Repère de calcul :



Puis on choisit une coupure passant par les barres dans lesquelles on veut connaître les efforts.

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 20'

- a. Présentation
- b. Systèmes réticulés

4. Application 120'

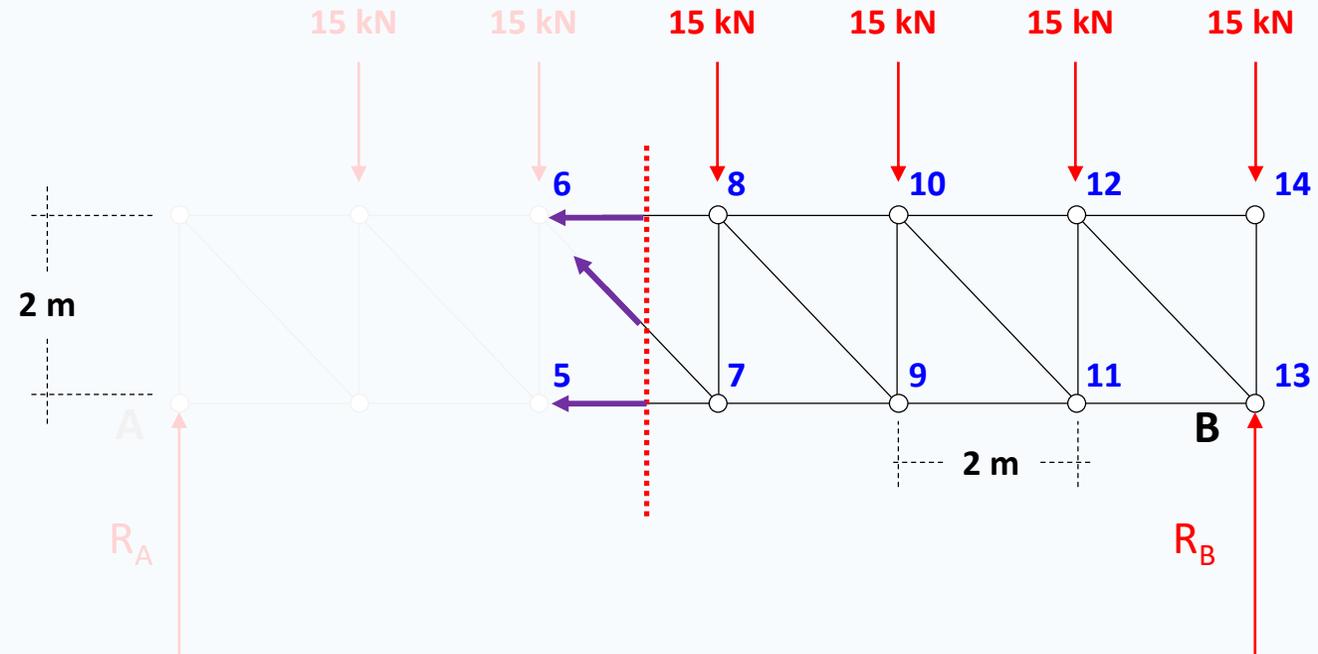
- a. Méthode des nœuds
- b. Méthode des coupures
- c. Méthode graphique
- d. Dimensionnement

5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.b. Méthode des coupures

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



On réalise la coupure.
On matérialise les forces équilibrantes
Puis on choisit judicieusement un point de calcul des moments permettant d'éliminer le maximum d'inconnues.

Somme des moments par rapport au point 7 :

$$\sum M_{/7} = + F_{6-8} \times 2 + F_{6-7} \times 0 + F_{5-7} \times 0 + 15 \times 0 - 15 \times 2 - 15 \times 4 - 15 \times 6 + R_B \times 6 = 0 \text{ kN.m}$$

$$F_{6-8} = - 67,5 \text{ kN}$$

Le signe « - » montre que la force pousse sur la barre : la barre est en **compression**

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 20'

- a. Présentation
- b. Systèmes réticulés

4. Application 120'

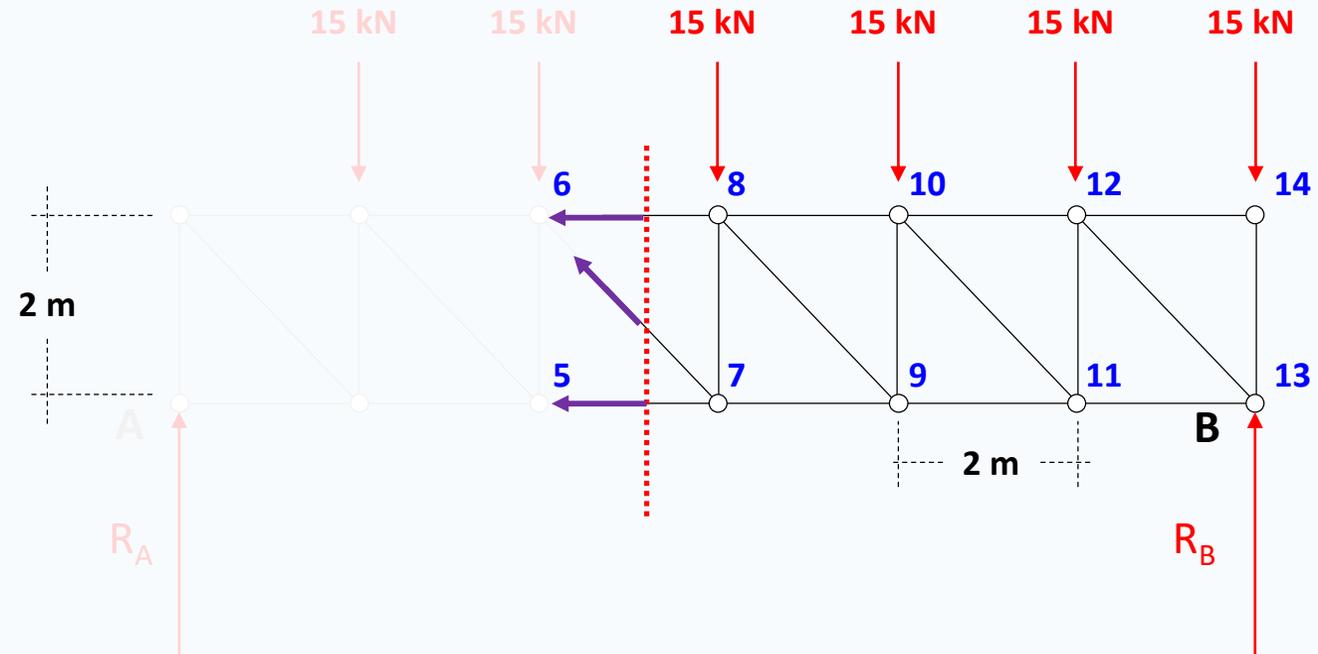
- a. Méthode des nœuds
- b. Méthode des coupures
- c. Méthode graphique
- d. Dimensionnement

5. Bilan 5'

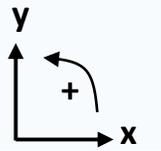
S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.b. Méthode des coupures

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Repère de calcul :



Et si nous cherchions les efforts dans **la barre 5-7** ?

Somme des moments par rapport au **point 6** :

$$\sum M_{/6} = + F_{6-8} \times 0 + F_{6-7} \times 0 - F_{5-7} \times 2 - 15 \times 2 - 15 \times 4 - 15 \times 6 - 15 \times 8 + R_B \times 6 = 0 \text{ kN.m}$$

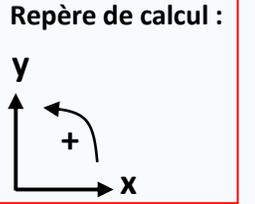
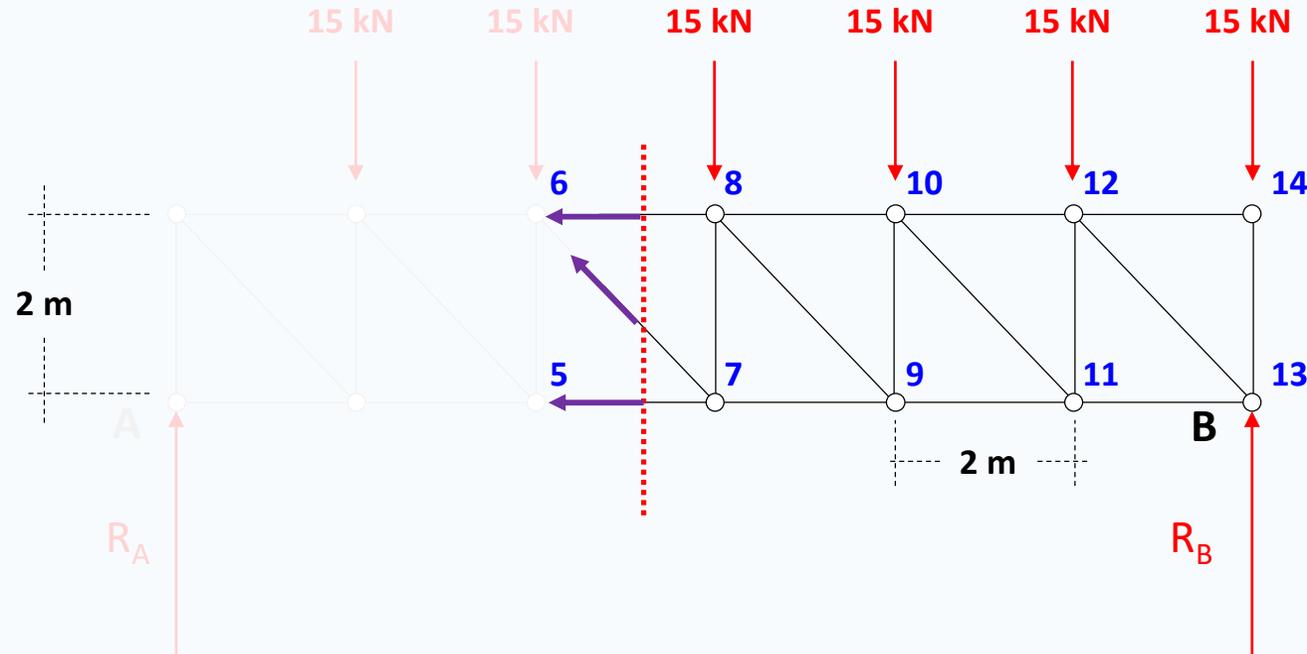
$$F_{5-7} = + 60 \text{ kN}$$

Le signe « + » montre que la force tire sur la barre : la barre est en **traction**

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.b. Méthode des coupures

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Et si nous cherchions les efforts dans la barre 6-7 ?

Somme des moments par rapport au point 8 :

$$\sum M_{/8} = F_{6-8} \times 0 + 15 \times 0 - 15 \times 2 - 15 \times 4 - 15 \times 6 + R_B \times 6 - F_{5-7} \times 2 - F_{6-7} \times \sqrt{2} = 0 \text{ kN.m}$$

($\sqrt{2}$ est la distance entre F_{6-7} et le point 8)

$$F_{5-7} = + 10,6 \text{ kN}$$

Le signe « + » montre que la force tire sur la barre : la barre est en traction

On remarque que la méthode des coupures est particulièrement adaptée au calcul d'un effort en particulier dans la poutre car, contrairement à la méthode des nœuds, elle permet de s'affranchir du calcul de tous les efforts précédents. Entraînez-vous à trouver les résultats des barres restantes et comparez vos résultats à ceux des deux autres méthodes.

SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
5. Bilan 5'

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. **Méthode graphique**
 - d. Dimensionnement
5. Bilan 5'

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Ce pont du XIXème siècle est composé de deux poutres treillis bidimensionnelles en acier. A cette époque, la méthode de détermination des efforts dans les éléments passait par une résolution des nœuds que nous allons découvrir.

Une fois les efforts obtenus, il est facile de dimensionner les éléments en traction et en compression.

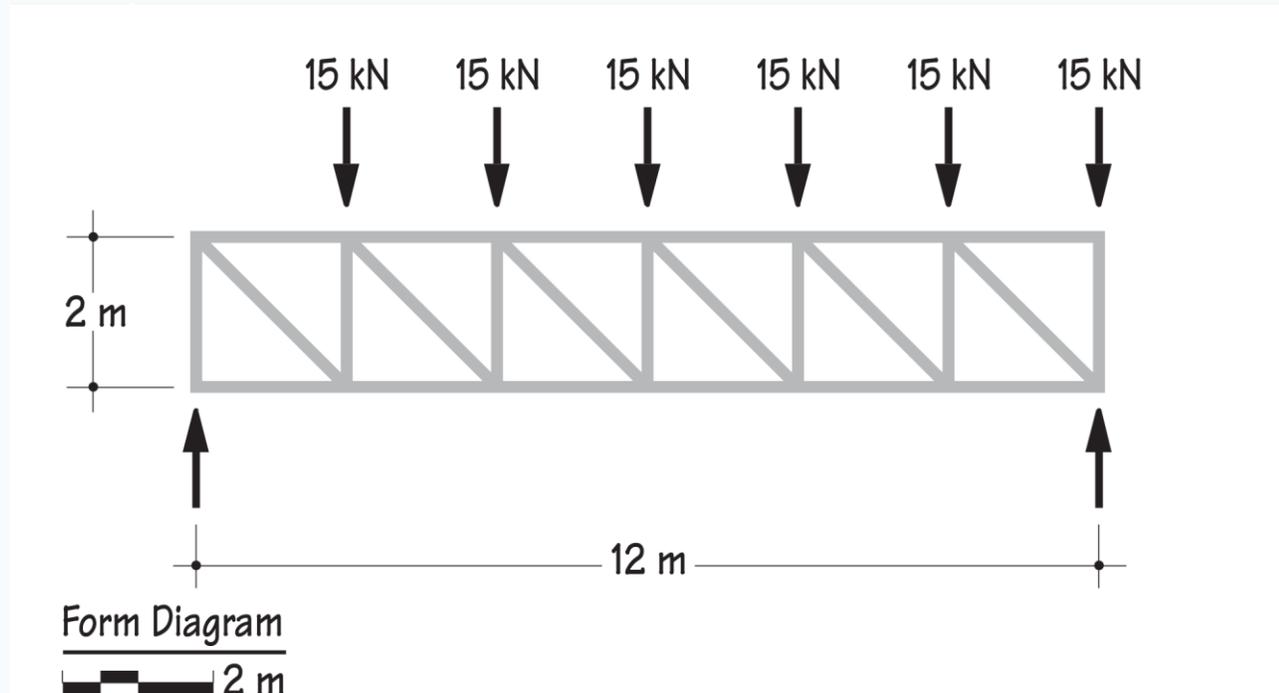
SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. **Méthode graphique**
 - d. Dimensionnement
5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Il s'agit du diagramme d'une poutre de 12m de long, 2m de haut, composée de 6 panneaux. Elle est chargée de façon asymétrique par des charges ponctuelles de 120kN.

Nous cherchons à dimensionner toutes les barres.

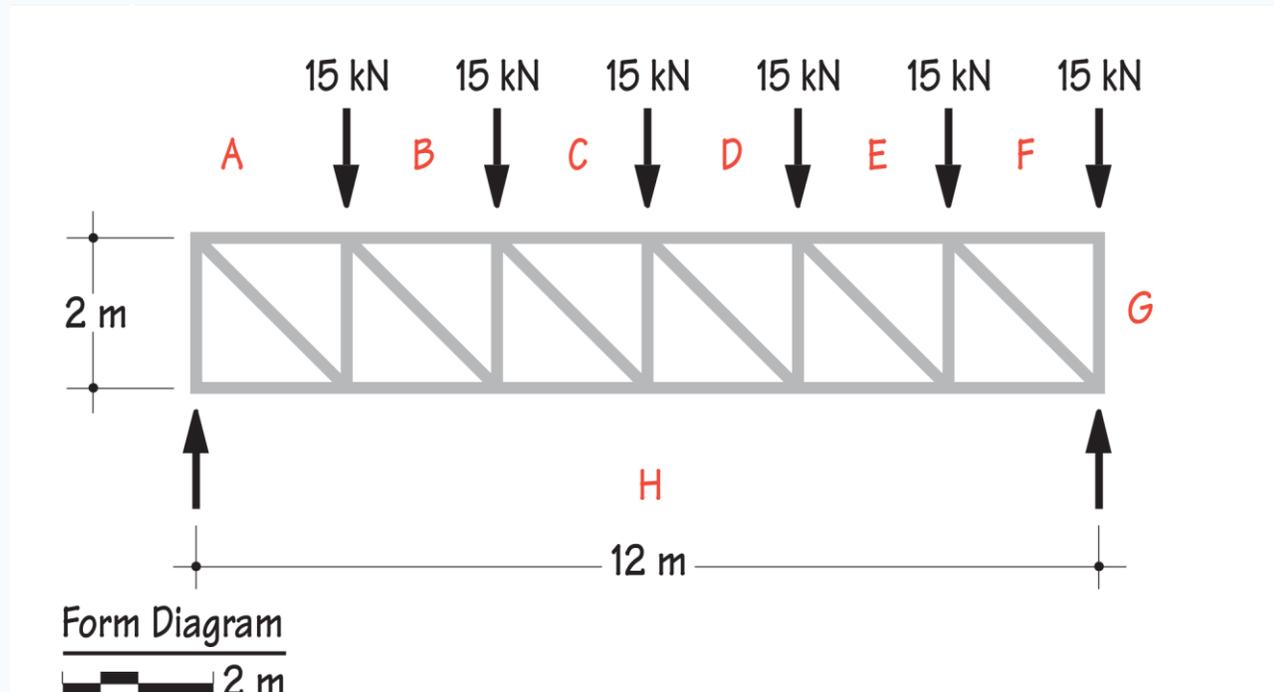
SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. **Méthode graphique**
 - d. Dimensionnement
5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Nous allons appliquer la notation de Bow pour nous aider graphiquement.

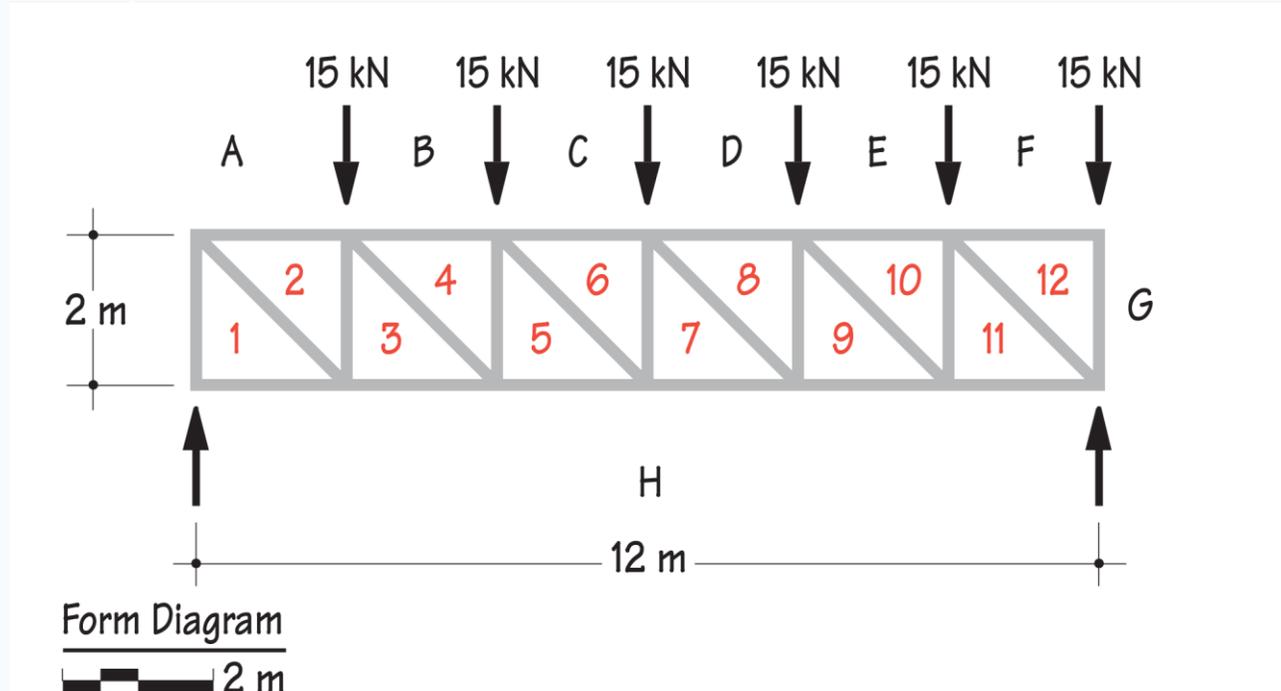
On démarre à gauche et on tourne dans le sens des aiguilles d'une montre.

On place une lettre majuscule dans les intervalles entre les forces externes.

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Ensuite, toujours de gauche à droite, on numérote les mailles.

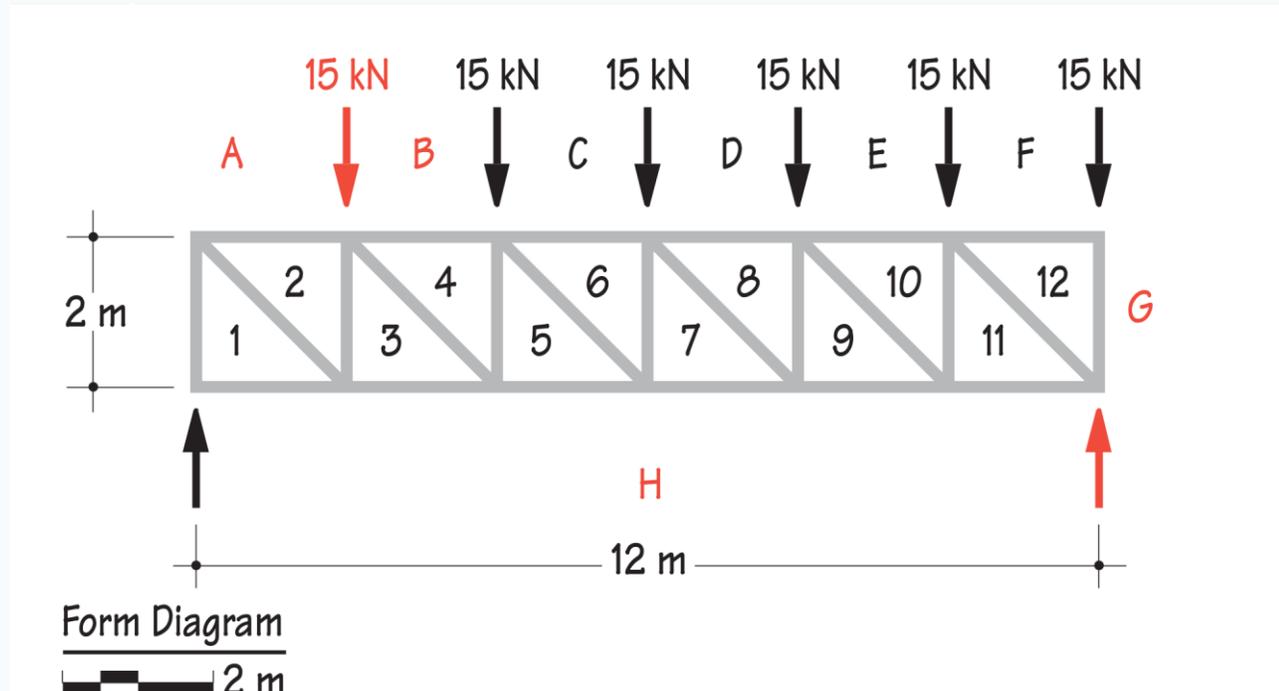
SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Chaque force externe est désignée par les lettres situées de chaque coté.

La force rouge s'appelle AB et la réaction de droite s'appelle GH.

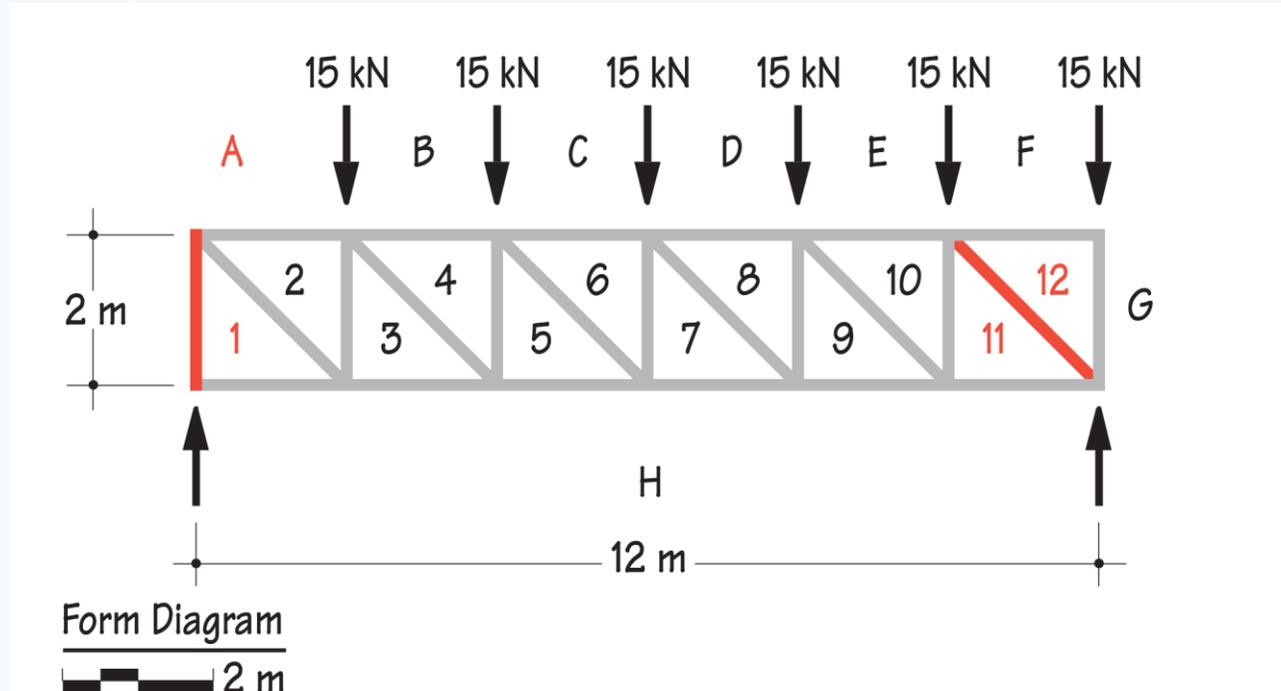
SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Chaque élément est désigné par les lettres et chiffres situées de chaque coté.

La barre verticale de gauche s'appelle A1, la diagonale de droite s'appelle 11-12

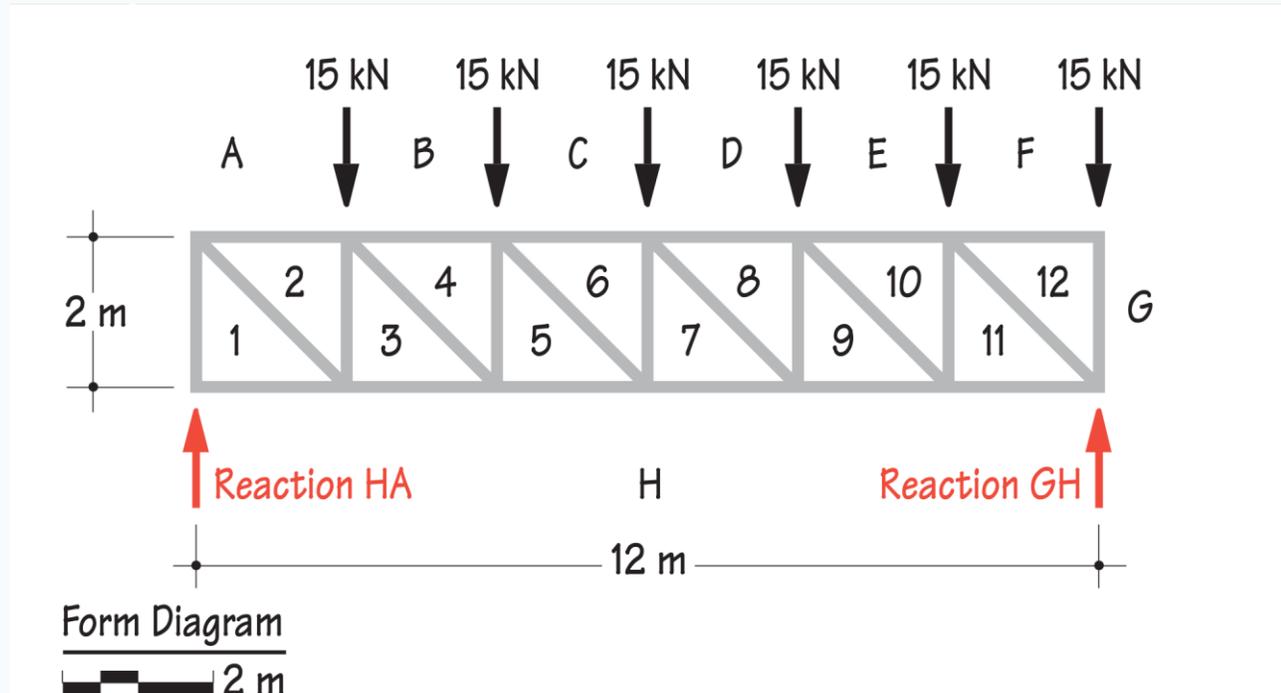
SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Les réactions d'appui sont obtenues en appliquant le PFS, somme des forces puis somme des moments (cf. méthode des nœuds).

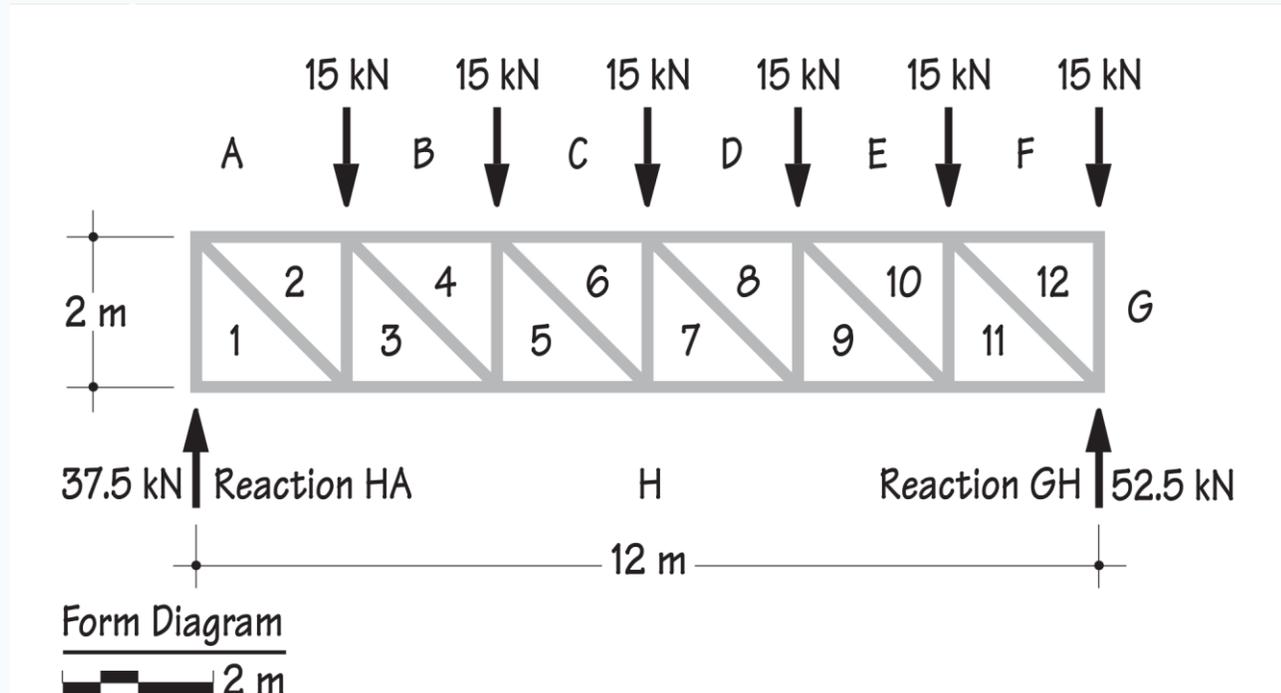
SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Par le PFS, nous trouvons les réactions :
 $HA = 37,5\text{ kN}$
 $GH = 52,5\text{ kN}$

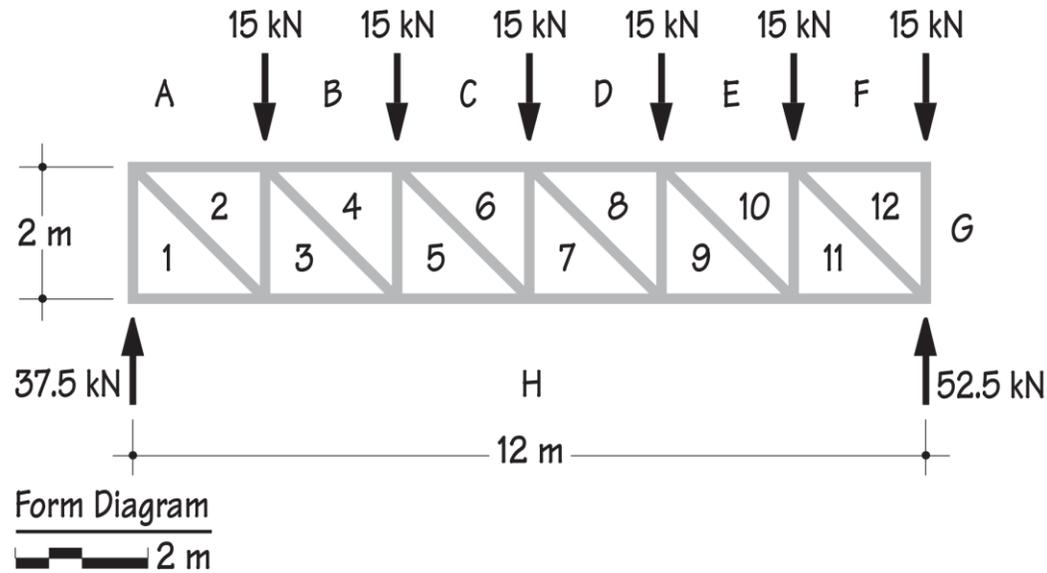
SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Nous allons mettre en place la ligne de chargement.

Cette ligne est une somme des nœuds des charges agissant sur la structure.

Nous prenons une échelle de représentation des forces qui nous permet une bonne précision.

La ligne sera verticale parce que les charges agissant sur la structure sont verticales.

SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 20'

- a. Présentation
- b. Systèmes réticulés

4. Application 120'

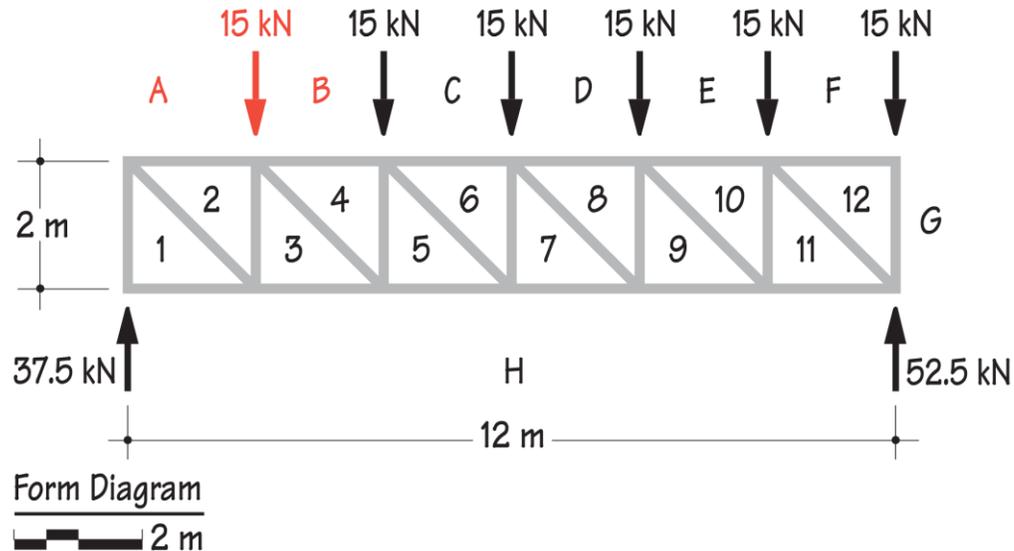
- a. Méthode des nœuds
- b. Méthode des coupures
- c. **Méthode graphique**
- d. Dimensionnement

5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

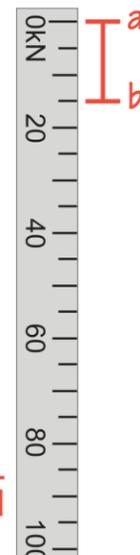
4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Les forces externes sont reportées à l'échelle sur la ligne de chargement en partant de la gauche vers le droite.

On utilise des lettres minuscules pour repérer les extrémités des différentes forces.

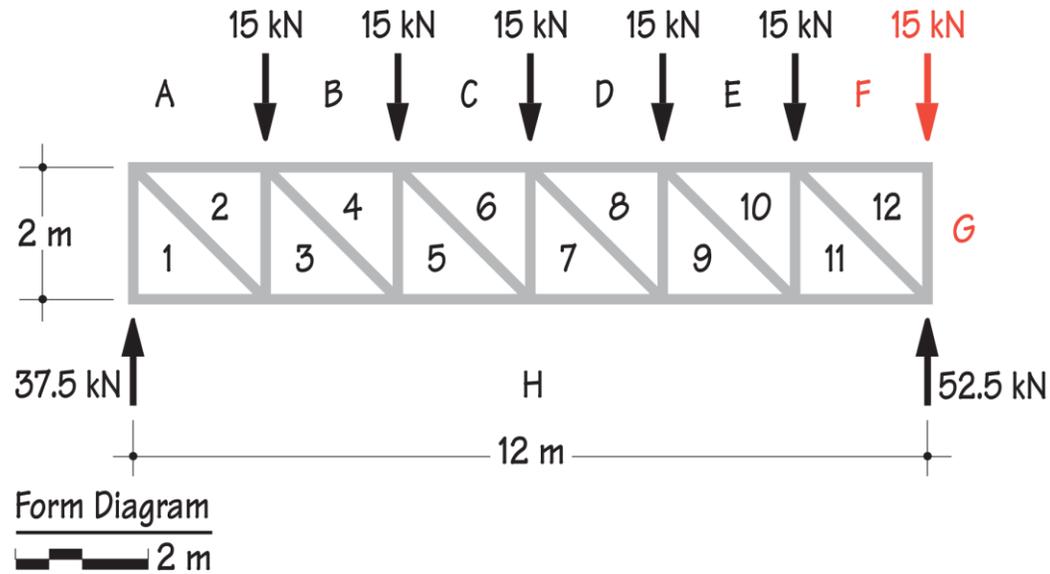


Load Line
20 kN

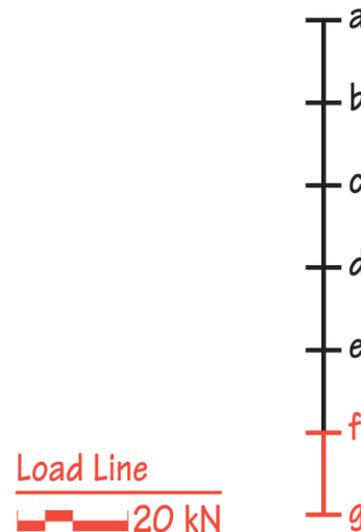
S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Ainsi de suite jusqu'à la dernière force externe.



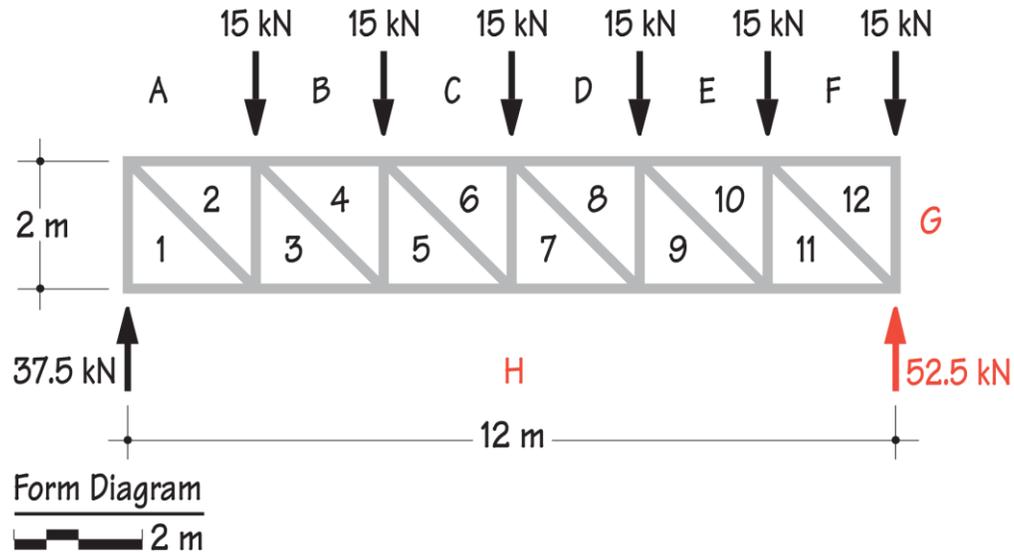
SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
5. Bilan 5'

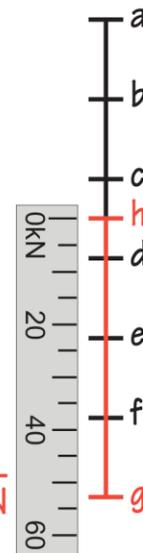
S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Nous mettons maintenant en place la réaction GH à l'échelle...



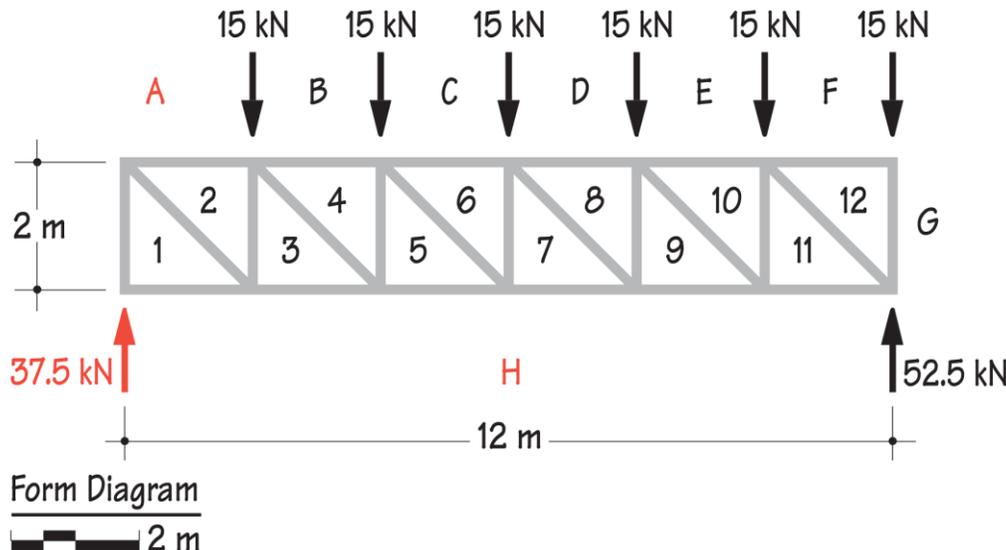
SOMMAIRE – S1-C8
LES SYSTEMES RÉTICULÉS

- 1. Échauffement 10'
- 2. Rappels 10'
- 3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
- 4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
- 5. Bilan 5'

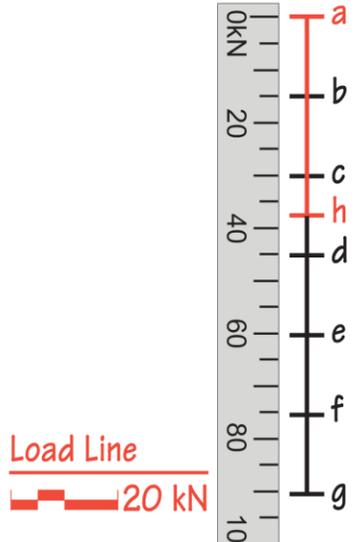
S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



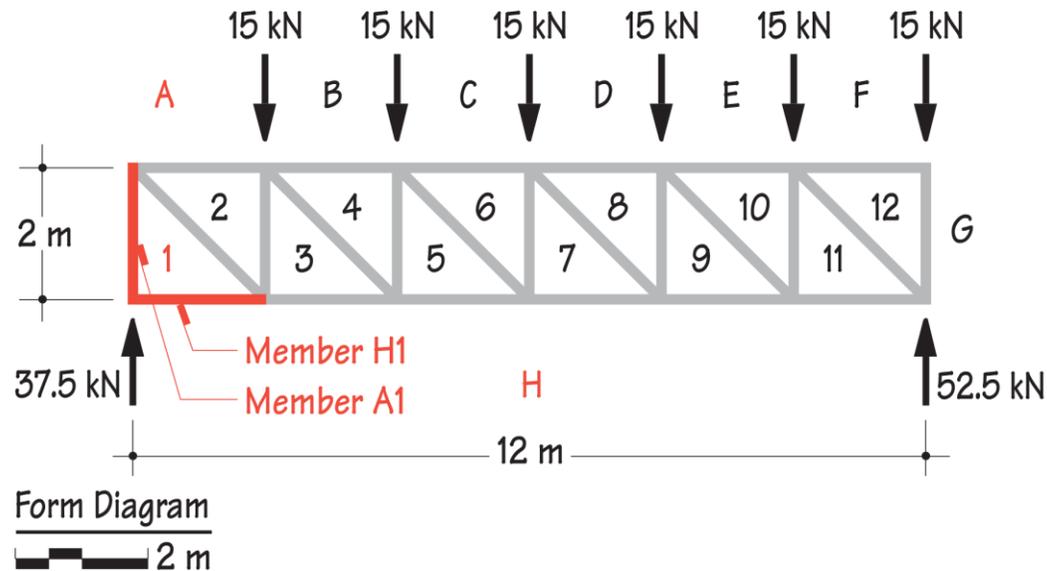
Puis la réaction HA qui clôt la ligne de chargement.



S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Nous allons maintenant déterminer les forces dans les barres en construisant des paires de barres sécantes pour former un polygone de forces. On travaille toujours de gauche vers droite. Chaque paire de barres sécantes partage un même numéro.

On commence avec 1, par exemple les barres A1 et H1.



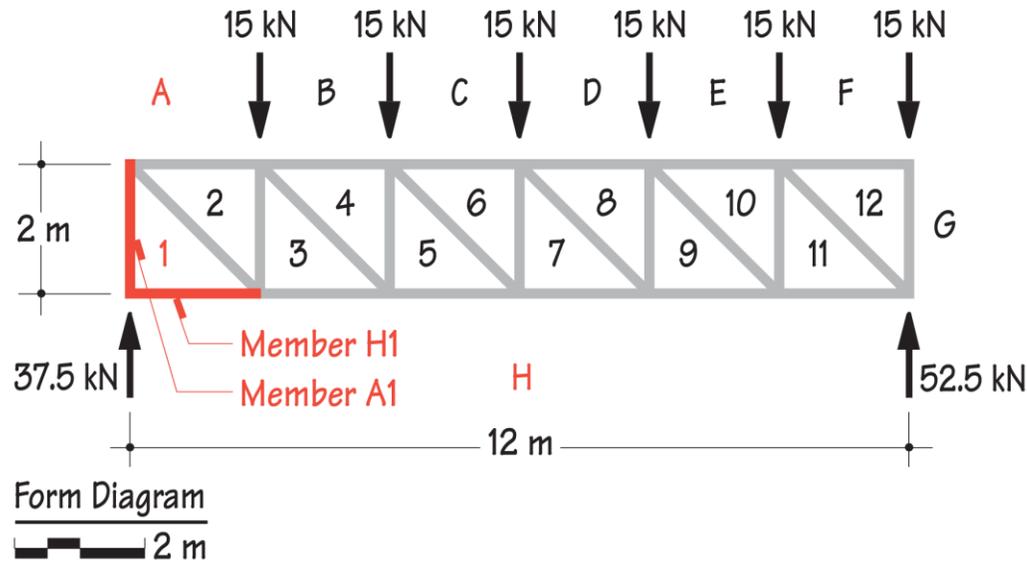
SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Line a1 of known direction
but unknown length
(shown in red)

Force Polygon



20 kN



A1 est vertical, la force dans A1 est représentée par une ligne verticale qui passe par le point a le long de la ligne de chargement.

Nous ne connaissons pas la valeur de la force à ce stade, seulement sa direction

SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 20'

- a. Présentation
- b. Systèmes réticulés

4. Application 120'

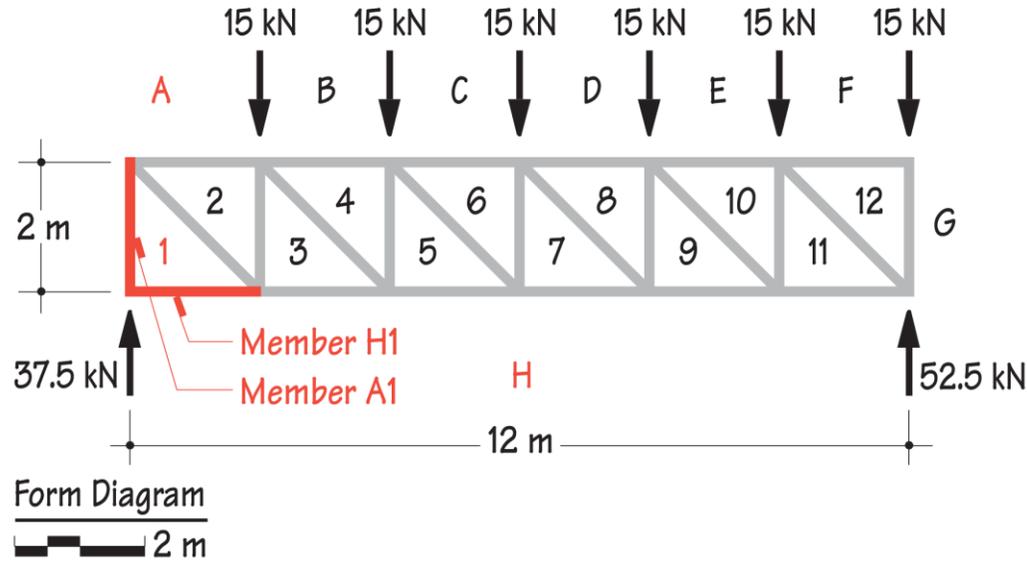
- a. Méthode des nœuds
- b. Méthode des coupures
- c. Méthode graphique
- d. Dimensionnement

5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



H1 est horizontal, la force dans H1 est représentée par une ligne horizontale qui passe par le point h.

Les deux lignes se croisent au point h. L'intersection de ces deux lignes est également le point 1. h et 1 sont confondus.

SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 20'

- a. Présentation
- b. Systèmes réticulés

4. Application 120'

- a. Méthode des nœuds
- b. Méthode des coupures
- c. Méthode graphique
- d. Dimensionnement

5. Bilan 5'

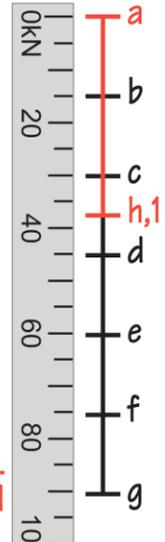
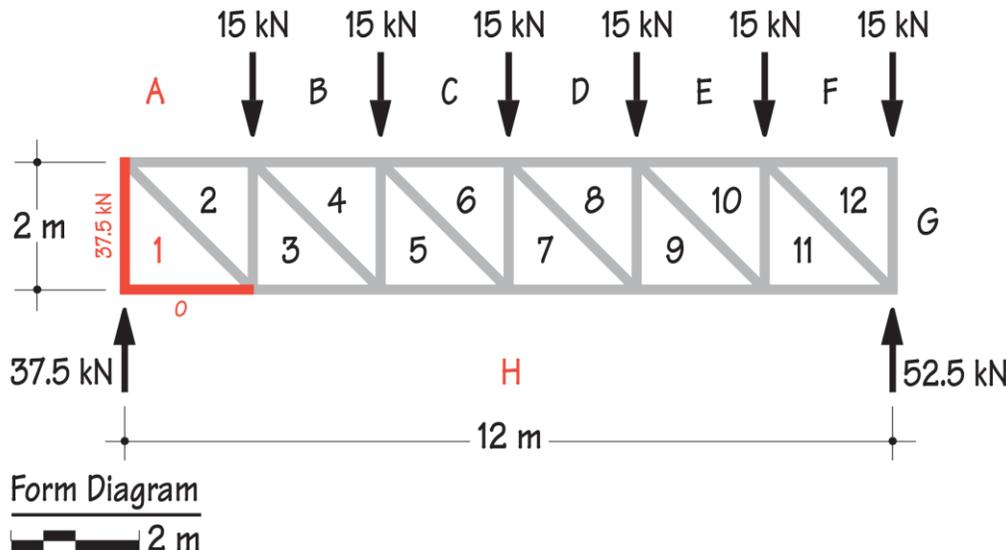
SOMMAIRE – S1-C8
LES SYSTEMES RÉTICULÉS

- 1. Échauffement 10'
- 2. Rappels 10'
- 3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
- 4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
- 5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Maintenant que nous avons localisé le point 1, nous pouvons lire les valeurs des forces dans nos deux éléments. Parce que le point 1 est confondu avec le point h, la distance entre h et 1 est nulle et l'élément H1 ne subit aucune force. Nous pouvons lire la valeur de la force dans l'élément A1 entre a et 1, 37,5kN, soit égale à la valeur de la réaction HA. On reporte les valeurs sur le diagramme.



Source : *Form and Forces: Designing Efficient, Expressive Structures*
Livres de Wacław Zalewski et Edward Allen

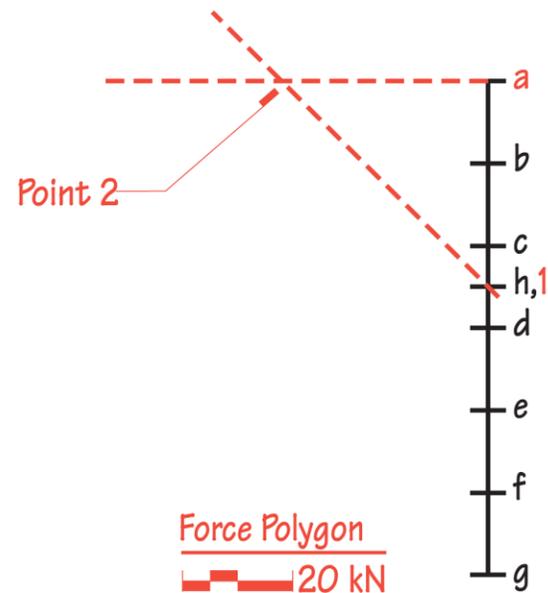
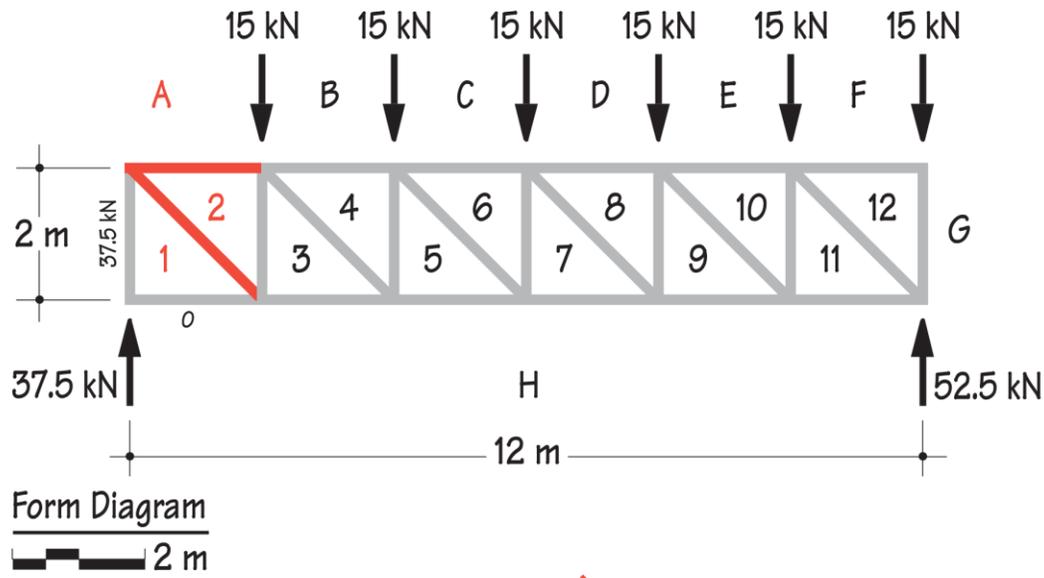
SOMMAIRE – S1-C8
LES SYSTEMES RÉTICULÉS

- 1. Échauffement 10'
- 2. Rappels 10'
- 3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
- 4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
- 5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Nous cherchons maintenant la position du point 2.
 Les barres qui comprennent le nombre 2 sont A2 et 1-2.
 La force a2 est représentée par une ligne horizontale qui passe par a.
 La force 1-2 est représentée par une ligne oblique qui passe par 1.
 L'intersection de ces deux lignes positionne le point 2.

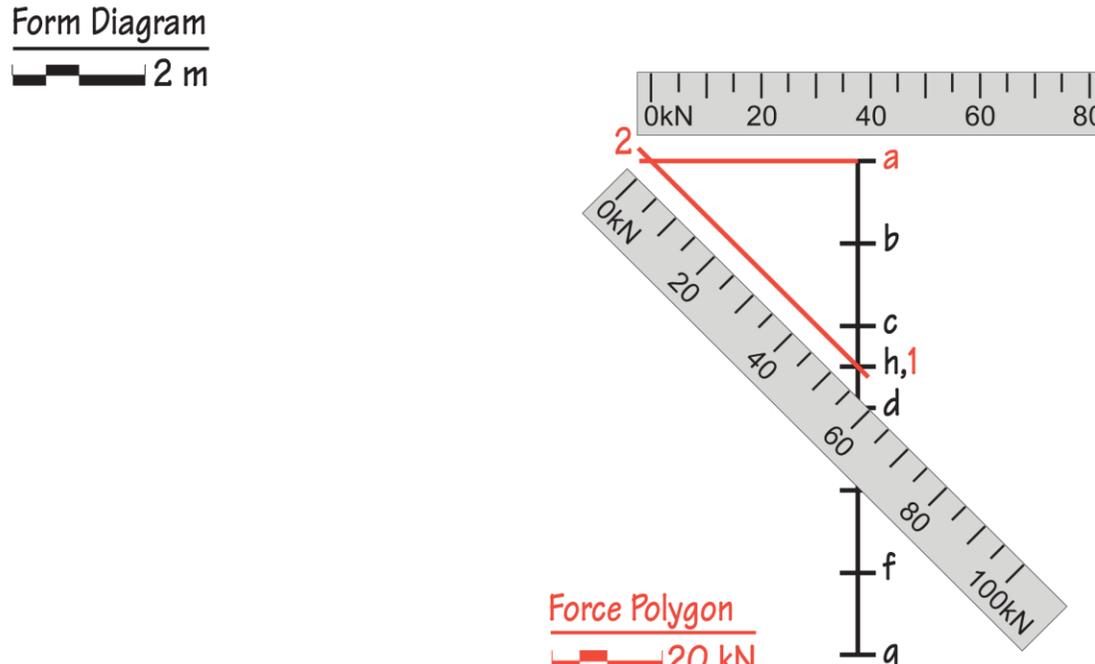
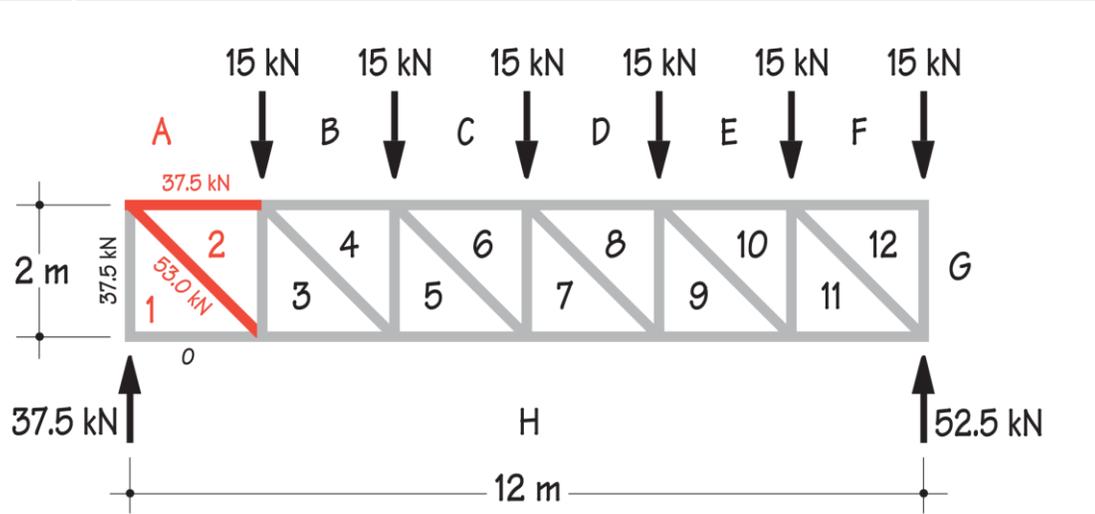
SOMMAIRE – S1-C8
LES SYSTEMES RÉTICULÉS

- 1. Échauffement 10'
- 2. Rappels 10'
- 3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
- 4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
- 5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



On mesure ces deux lignes à l'échelle et on reporte les valeurs sur le diagramme.



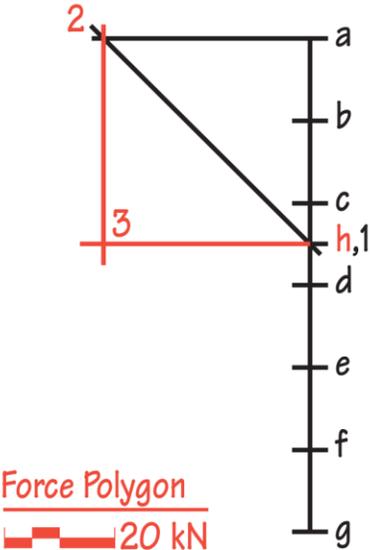
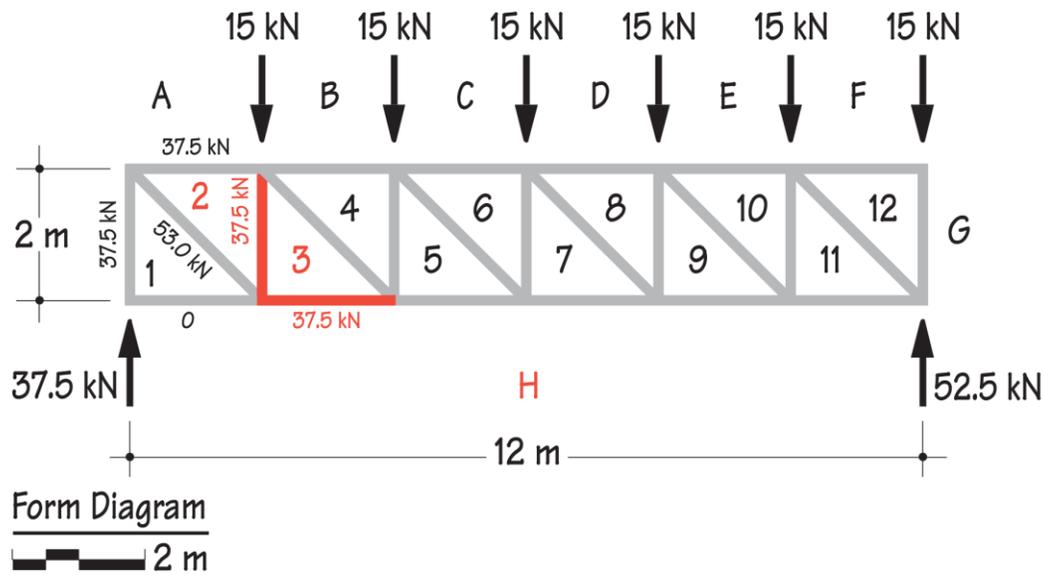
SOMMAIRE – S1-C8
LES SYSTEMES RÉTICULÉS

- 1. Échauffement 10'
- 2. Rappels 10'
- 3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
- 4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
- 5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



De la même façon, on positionne le point 3 en dessinant une ligne parallèle à la barre 2-3 passant par le point 2 et la ligne parallèle à la barre H3 passant par h.

L'intersection donne le point 3 et nous n'avons plus qu'à mesurer à l'échelle et à reporter la valeur.



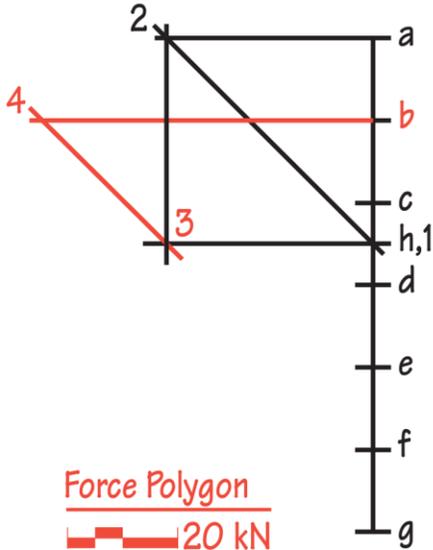
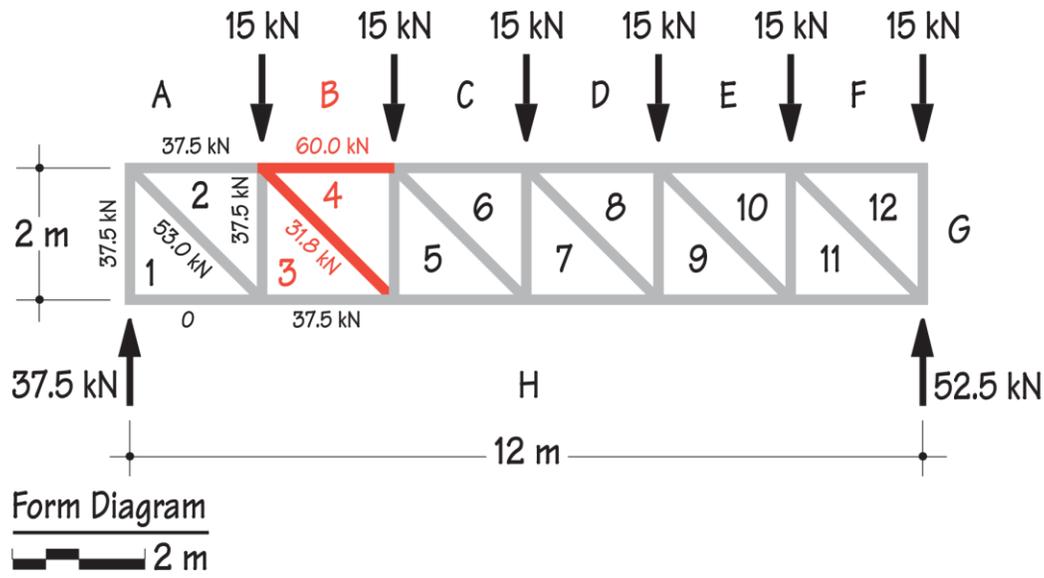
SOMMAIRE – S1-C8
LES SYSTEMES RÉTICULÉS

- 1. Échauffement 10'
- 2. Rappels 10'
- 3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
- 4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
- 5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Le point 4 se situe à l'intersection des lignes parallèles aux barres B4 et 3-4, celles qui incluent le nombre 4. Remarquez comment nous avançons dans la poutre en suivant la séquence de nombres.



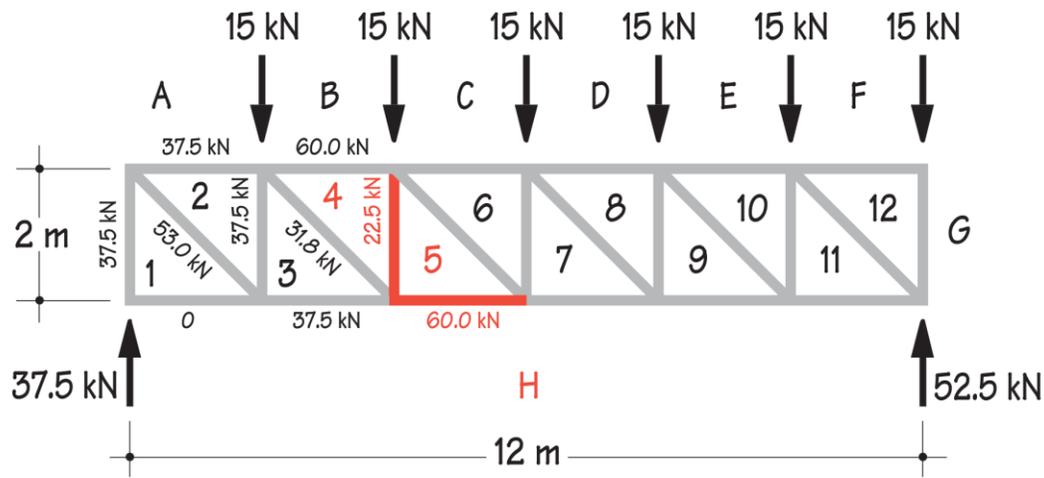
SOMMAIRE – S1-C8
LES SYSTEMES RÉTICULÉS

- 1. Échauffement 10'
- 2. Rappels 10'
- 3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
- 4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
- 5. Bilan 5'

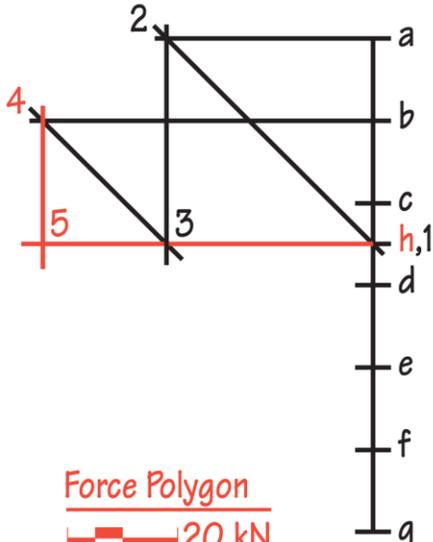
S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Form Diagram
2 m



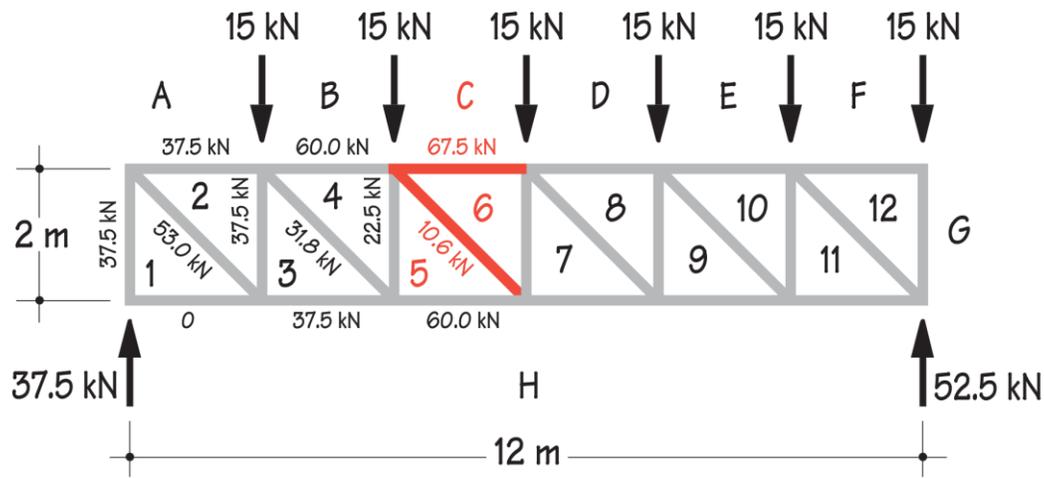
SOMMAIRE – S1-C8
LES SYSTEMES RÉTICULÉS

- 1. Échauffement 10'
- 2. Rappels 10'
- 3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
- 4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
- 5. Bilan 5'

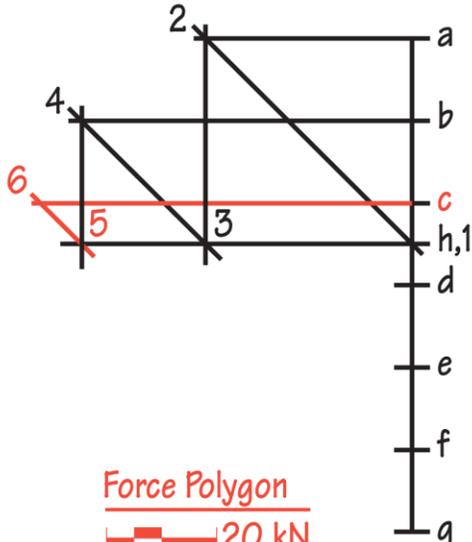
S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Form Diagram
2 m



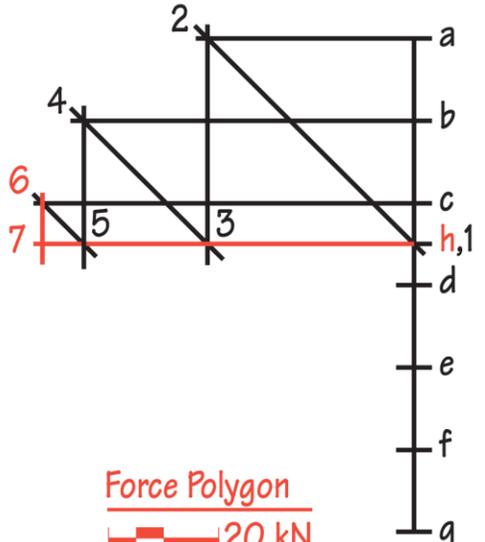
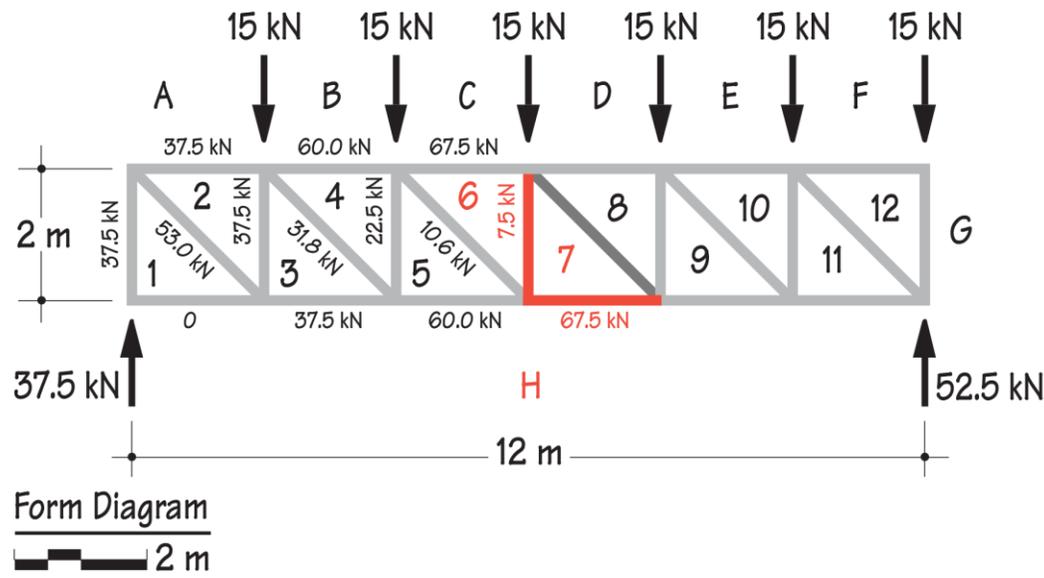
SOMMAIRE – S1-C8
LES SYSTEMES RÉTICULÉS

- 1. Échauffement 10'
- 2. Rappels 10'
- 3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
- 4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
- 5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



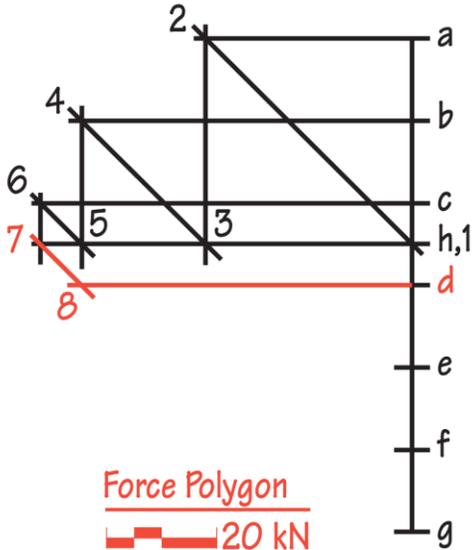
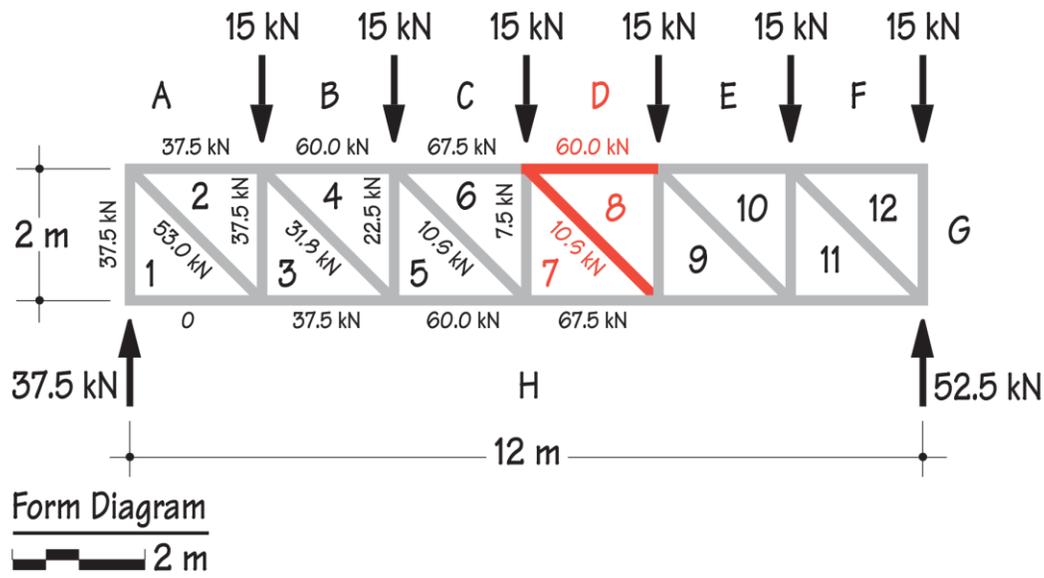
SOMMAIRE – S1-C8
LES SYSTEMES RÉTICULÉS

- 1. Échauffement 10'
- 2. Rappels 10'
- 3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
- 4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
- 5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

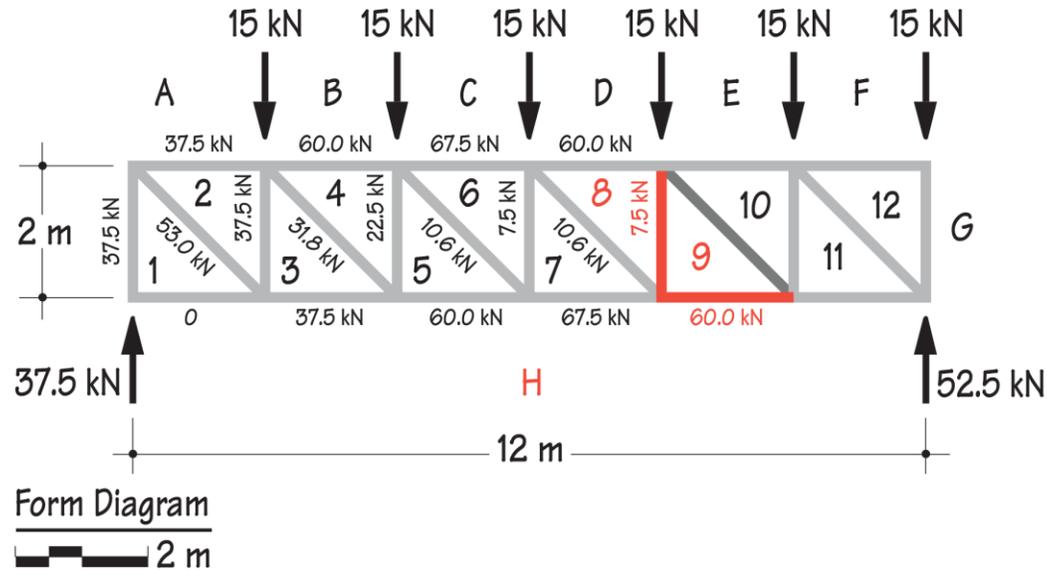
POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



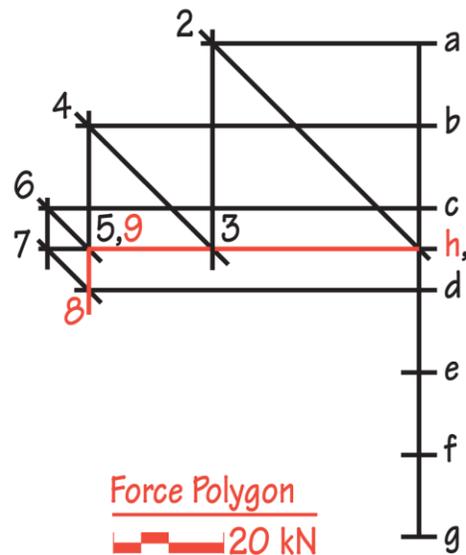
S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Les points 5 et 9 sont situés au même emplacement



SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 20'

- a. Présentation
- b. Systèmes réticulés

4. Application 120'

- a. Méthode des nœuds
- b. Méthode des coupures
- c. Méthode graphique
- d. Dimensionnement

5. Bilan 5'

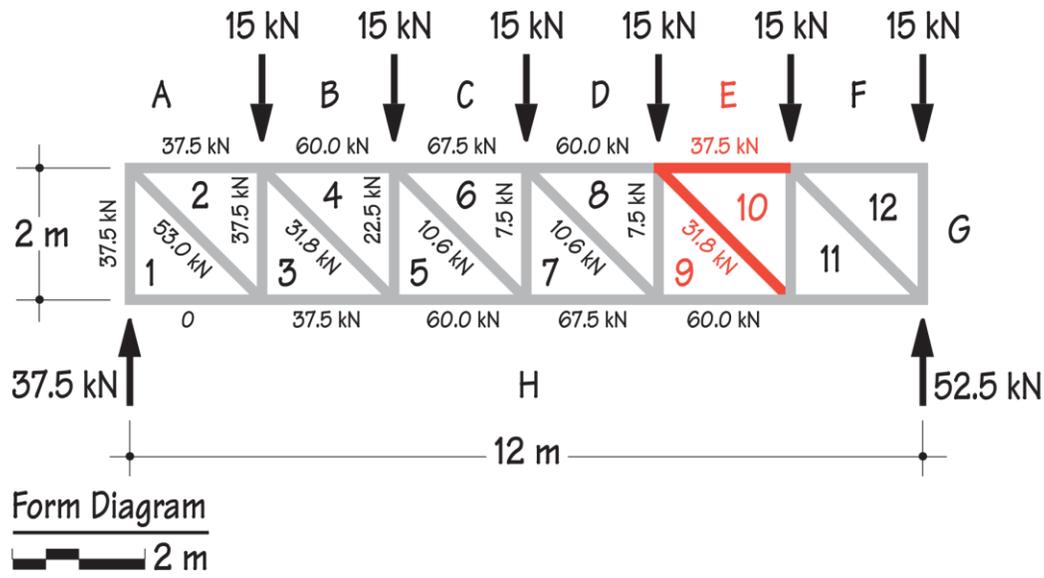
SOMMAIRE – S1-C8
LES SYSTEMES RÉTICULÉS

- 1. Échauffement 10'
- 2. Rappels 10'
- 3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
- 4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
- 5. Bilan 5'

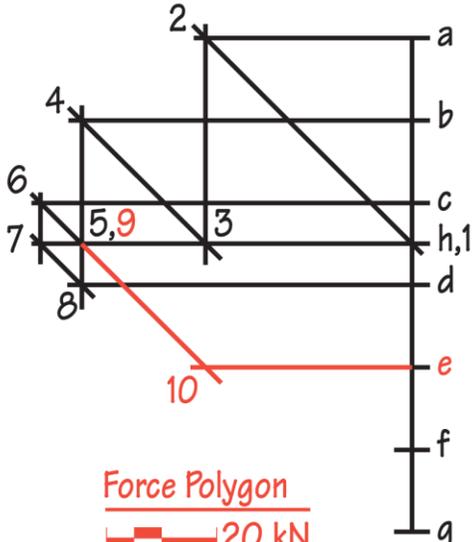
S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



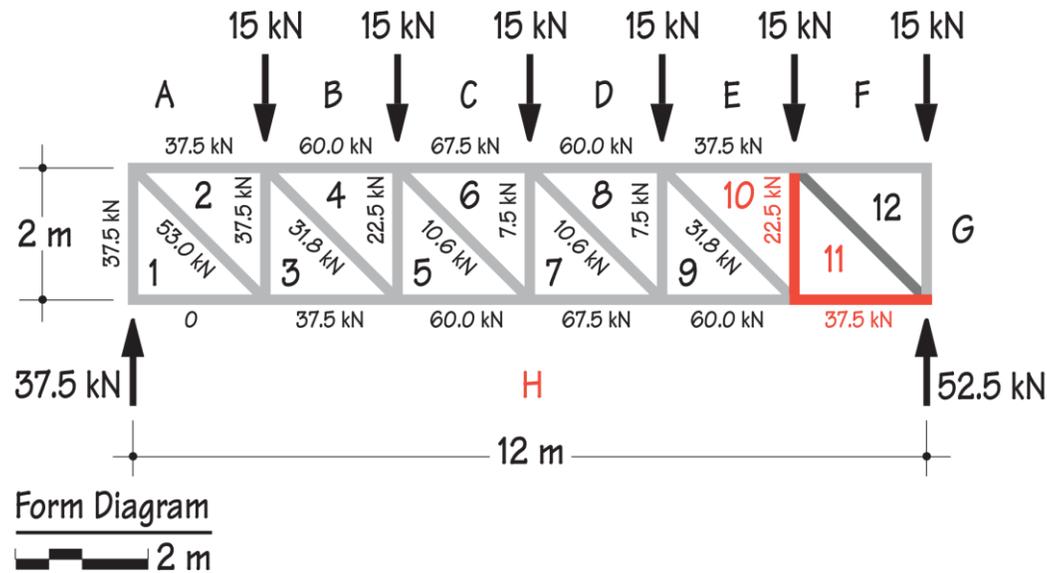
Form Diagram
2 m



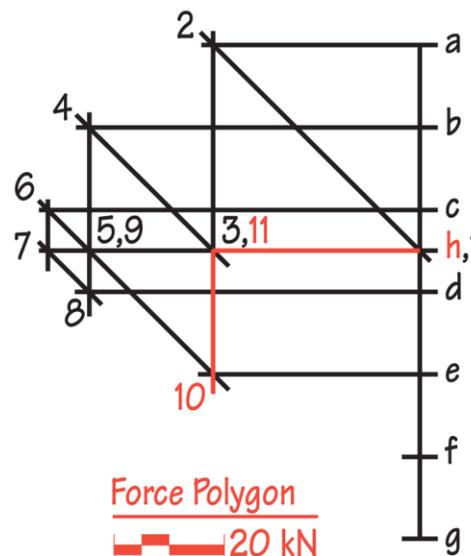
S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Les points 3 et 11 sont situés au même emplacement



SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
5. Bilan 5'

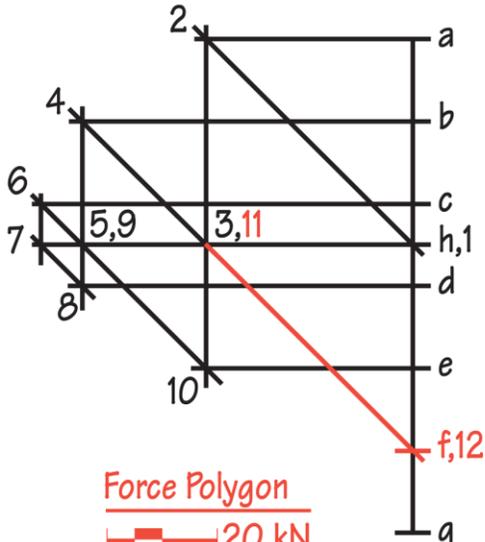
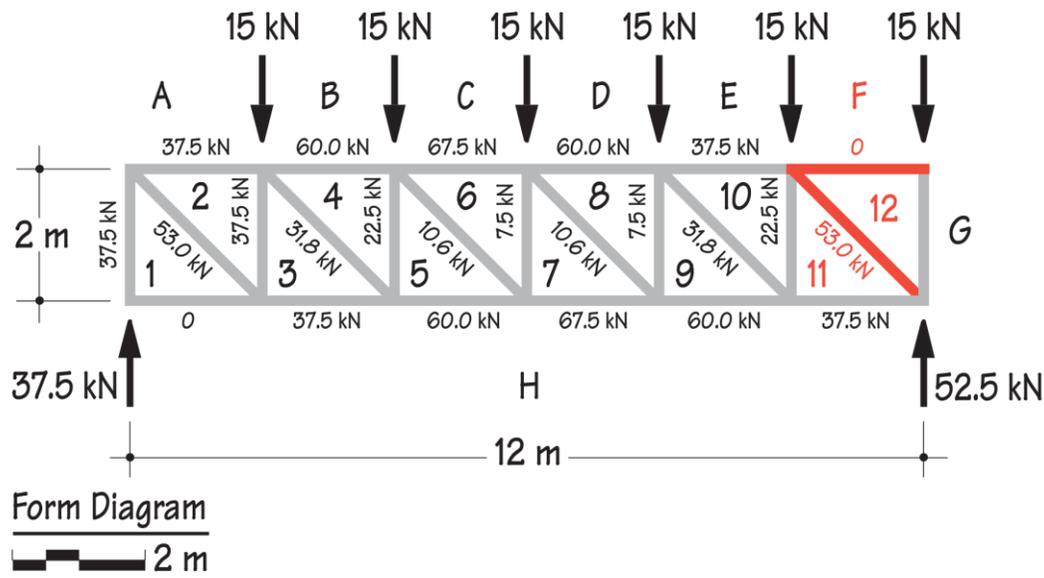
SOMMAIRE – S1-C8
LES SYSTEMES RÉTICULÉS

- 1. Échauffement 10'
- 2. Rappels 10'
- 3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
- 4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
- 5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



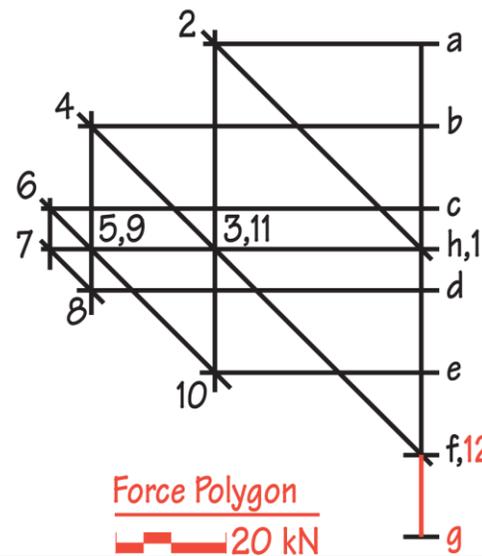
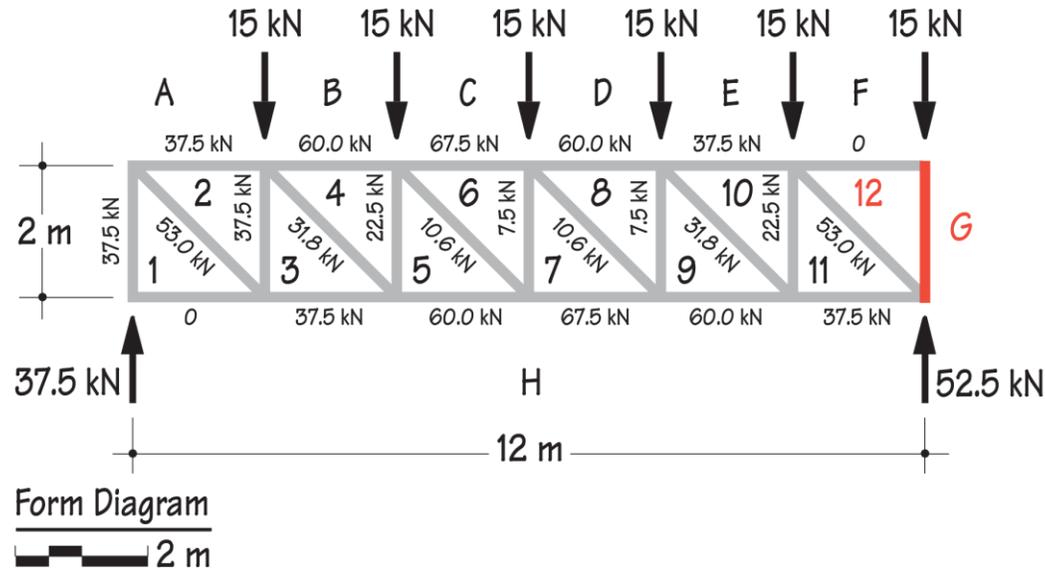
La ligne 11-12 coupe la ligne f12 exactement au point f sur la ligne de chargement, donc f et 12 sont situés au même endroit.
Cela nous indique que la barre F12 n'est pas chargée



S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Comme le point g existe déjà, mettre en place la dernière g12 nous permettra de vérifier la justesse de notre construction géométrique.

Si le dessin est faux, la ligne partant du point 12 parallèlement à G12 n'aboutira pas exactement au point g préexistant.

Des petites erreurs peuvent être admises et ne remettent pas en cause l'ensemble du dessin.

SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 20'

- a. Présentation
- b. Systèmes réticulés

4. Application 120'

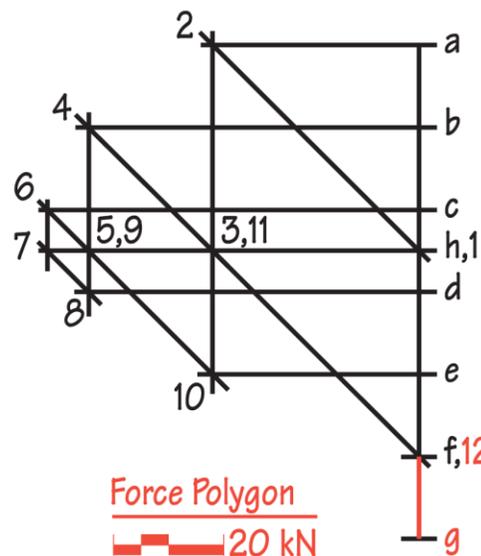
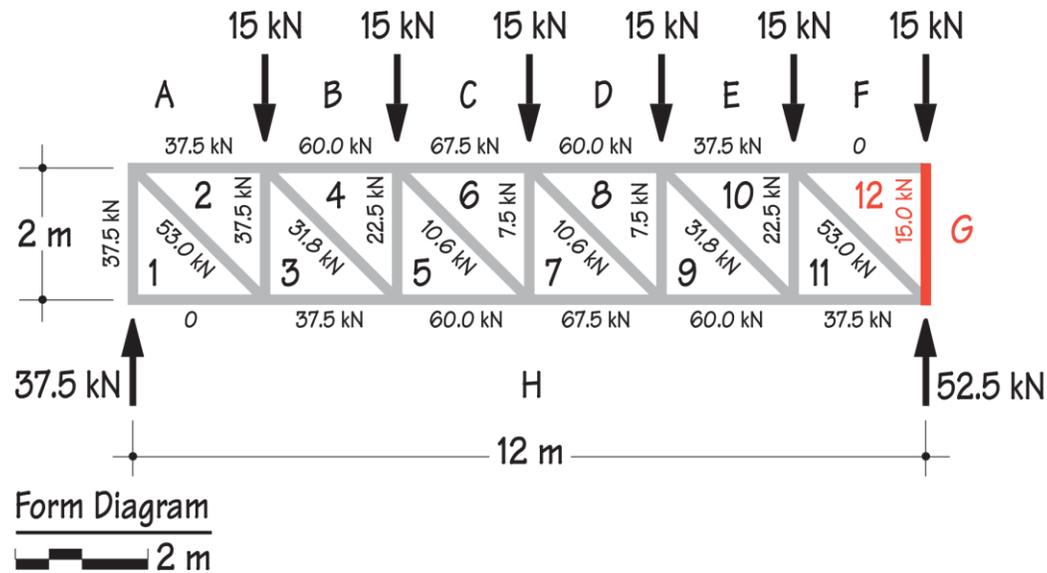
- a. Méthode des nœuds
- b. Méthode des coupures
- c. Méthode graphique
- d. Dimensionnement

5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Dans notre cas, le dessin est parfait ;) et g12 a la même valeur que la charge immédiatement située au dessus, 120kN.

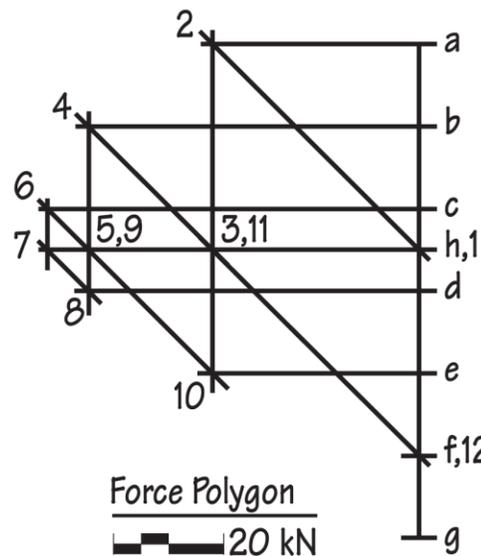
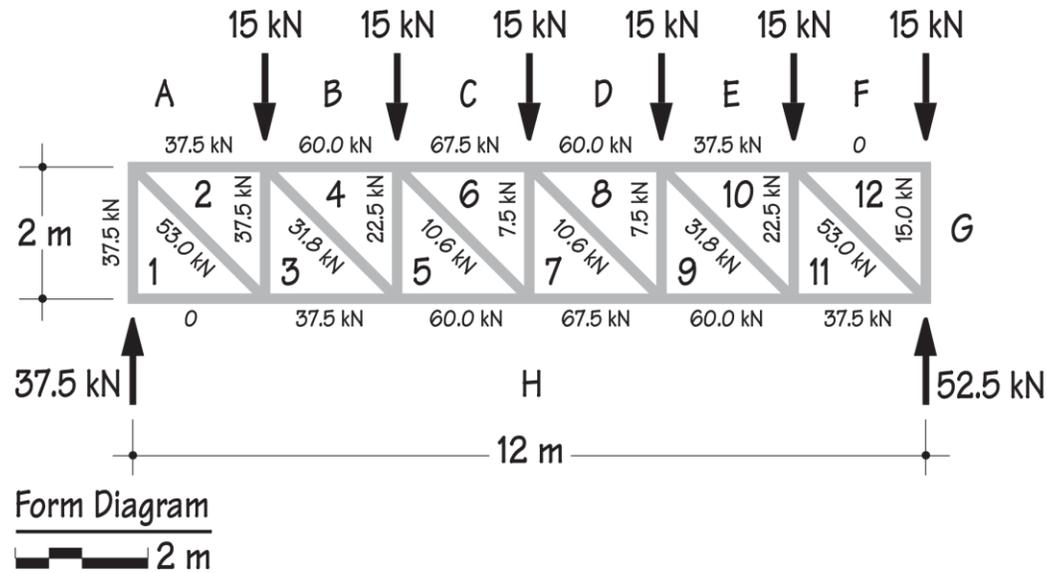
SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Nous connaissons les valeurs des forces mais nous ne savons pas encore si elles s'exercent en traction ou en compression.

La notation de Bow va nous y aider en utilisant une simple convention de rotation.

SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 20'

- Présentation
- Systèmes réticulés

4. Application 120'

- Méthode des nœuds
- Méthode des coupures
- Méthode graphique**
- Dimensionnement

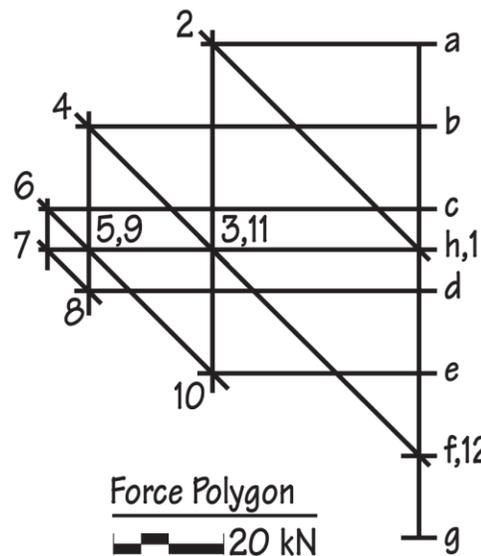
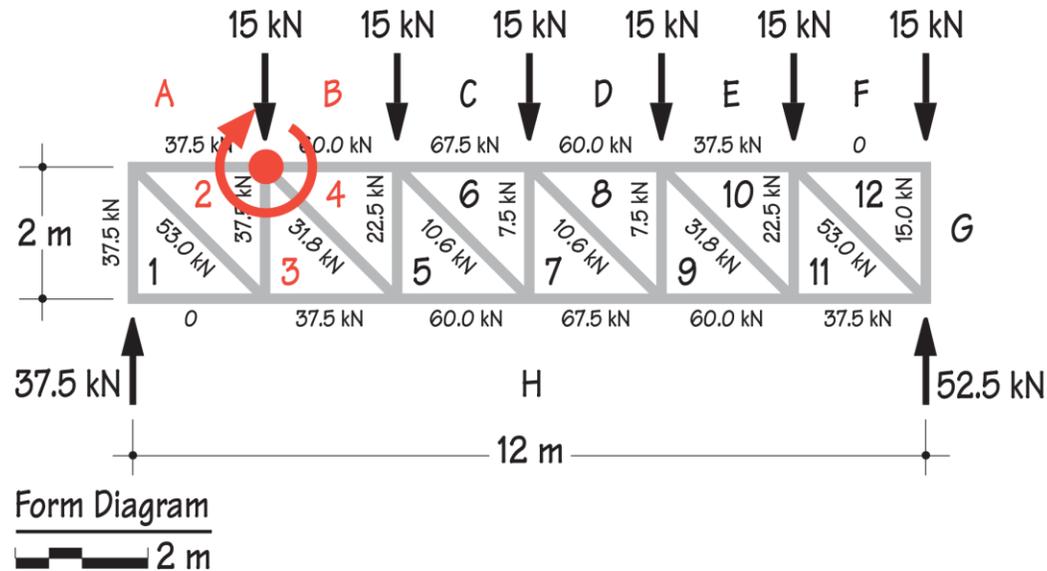
5. Bilan 5'

SOMMAIRE – S1-C8
LES SYSTEMES RÉTICULÉS

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



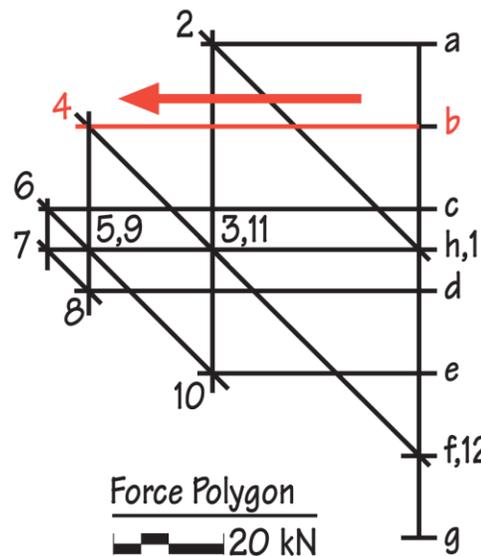
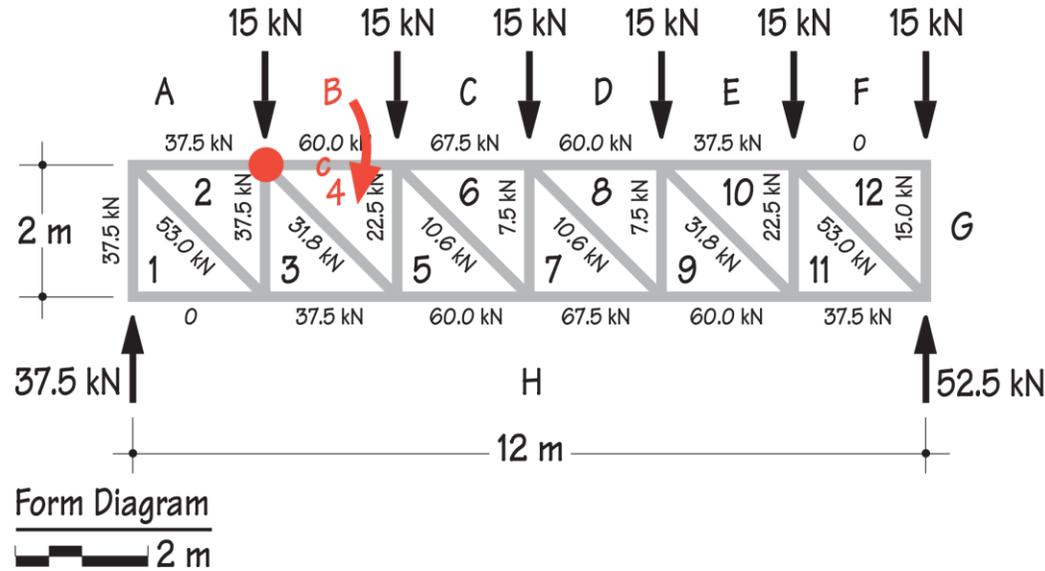
Considérons le nœud en rouge.
 Nous allons le nommer en prenant une séquence tournant dans le sens horaire.
 Par exemple: B-4-3-2-A, ou 2-A-B-4-3 ou n'importe quelle autre séquence

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Pour trouver la nature de la force dans B4, nous remarquons que dans le sens horaire, son nom est B4 et pas 4B.

Quand nous lisons de b vers 4 sur le diagramme des forces, nous lisons de la droite vers la gauche. Cela signifie que la force dans la barre B4 agit de la droite vers la gauche en poussant sur le nœud B-4-3-2-A. La barre est donc en compression.

Nous mettons un c sur le schéma.

SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 20'

- Présentation
- Systèmes réticulés

4. Application 120'

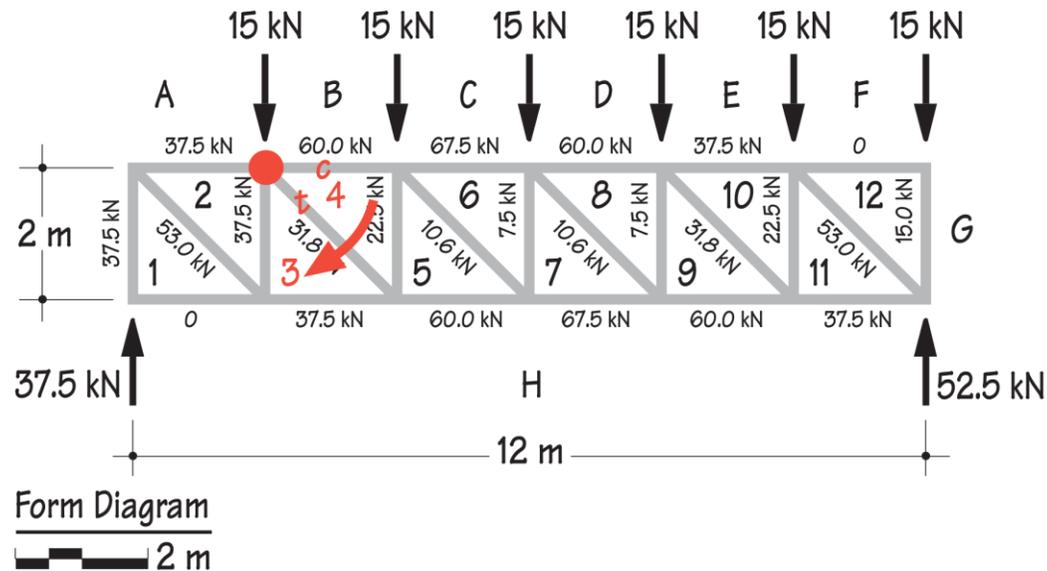
- Méthode des nœuds
- Méthode des coupures
- Méthode graphique**
- Dimensionnement

5. Bilan 5'

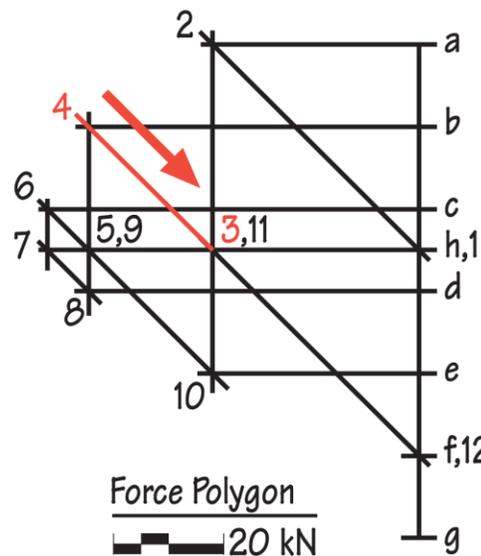
S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Form Diagram
2 m



Force Polygon
20 kN

De la même façon la diagonale s'appelle 4-3 et pas 3-4.

Sur le diagramme des forces nous voyons que cette force est en diagonale descendante vers la droite. Cela signifie que la force tire sur le nœud, la barre est donc en traction.

SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
5. Bilan 5'

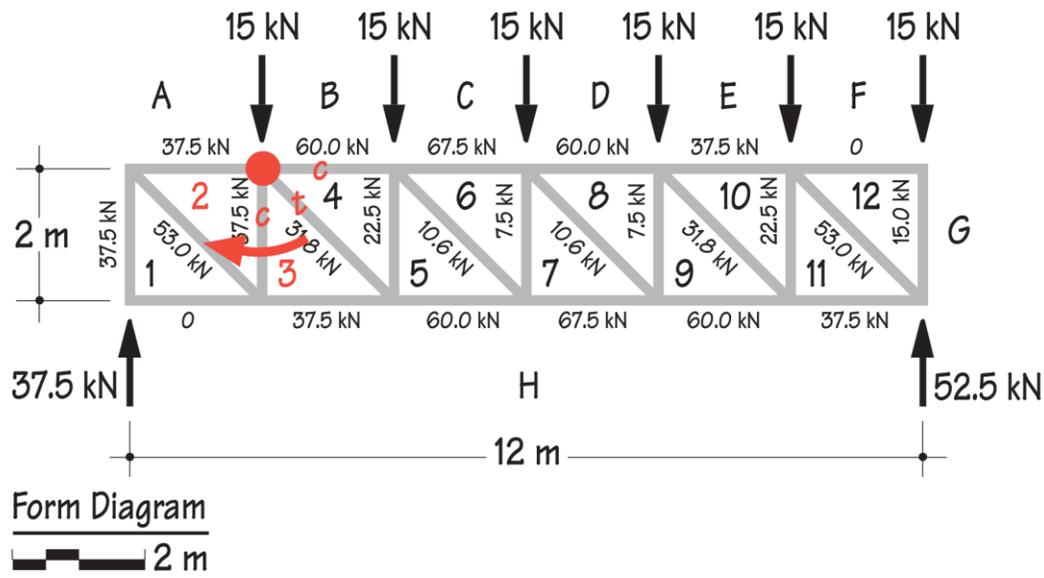
SOMMAIRE – S1-C8
LES SYSTEMES RÉTICULÉS

- 1. Échauffement 10'
- 2. Rappels 10'
- 3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
- 4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement

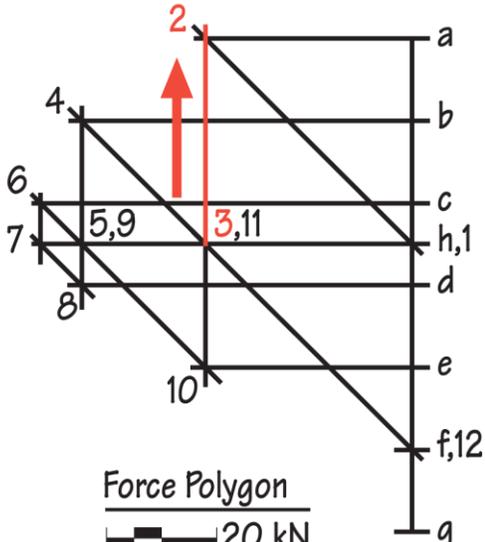
S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



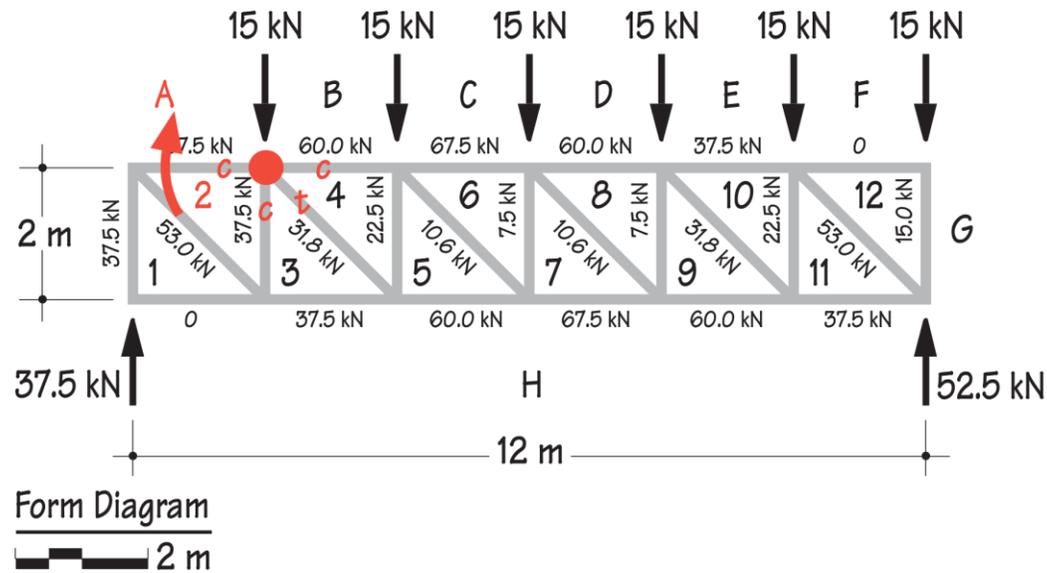
La barre suivante est en compression



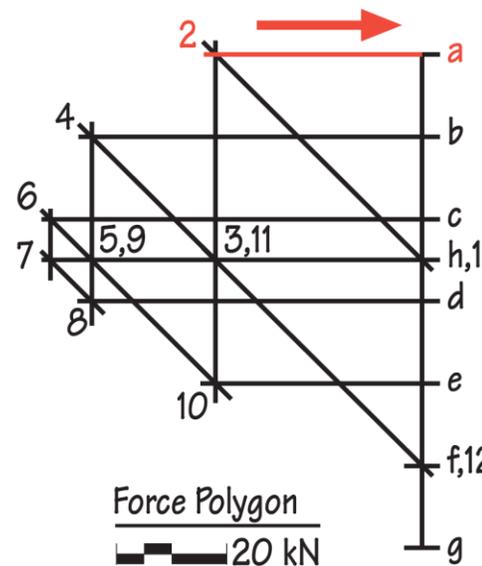
S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



La barre suivante est en compression



SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 20'

- a. Présentation
- b. Systèmes réticulés

4. Application 120'

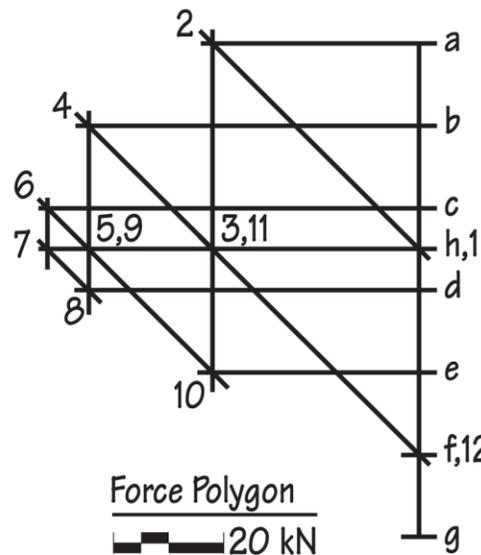
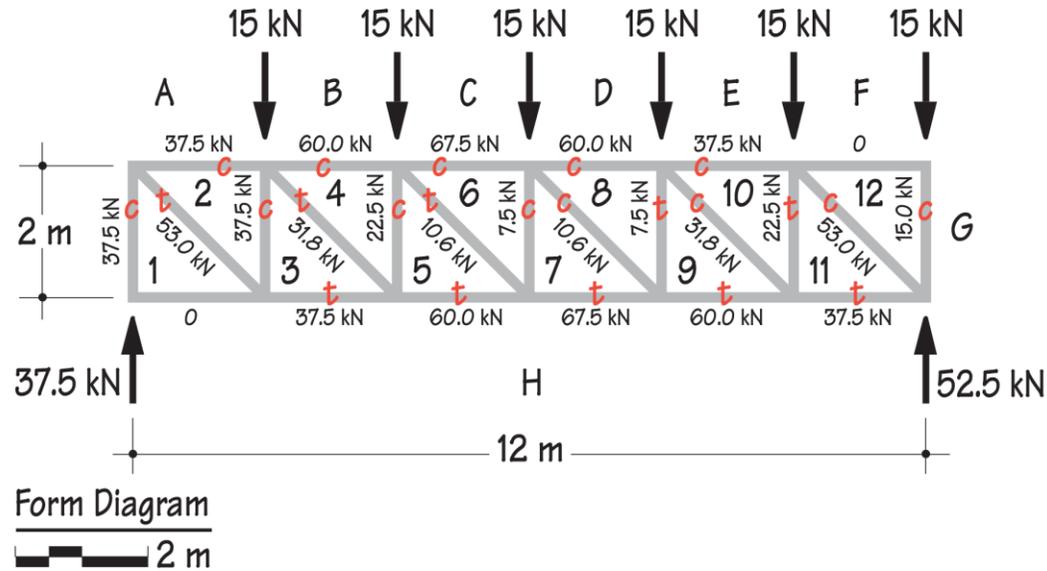
- a. Méthode des nœuds
- b. Méthode des coupures
- c. Méthode graphique
- d. Dimensionnement

5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



En examinant l'ensemble des coupures, nous sommes en mesure de préciser la nature des efforts dans l'ensemble des barres.

Maintenant que l'ensemble est résolu, voyons quels enseignements nous pouvons en tirer.

SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 20'

- a. Présentation
- b. Systèmes réticulés

4. Application 120'

- a. Méthode des nœuds
- b. Méthode des coupures
- c. Méthode graphique
- d. Dimensionnement

5. Bilan 5'

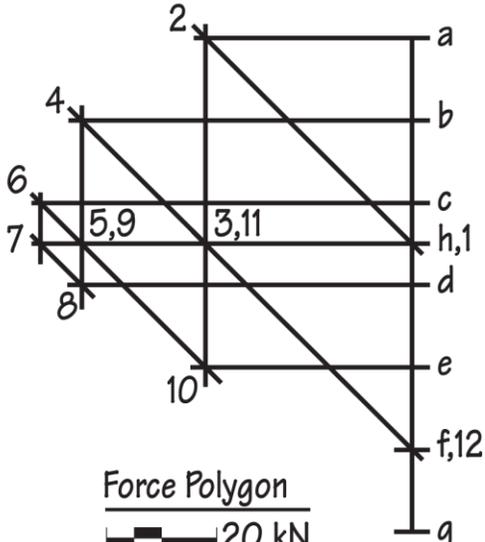
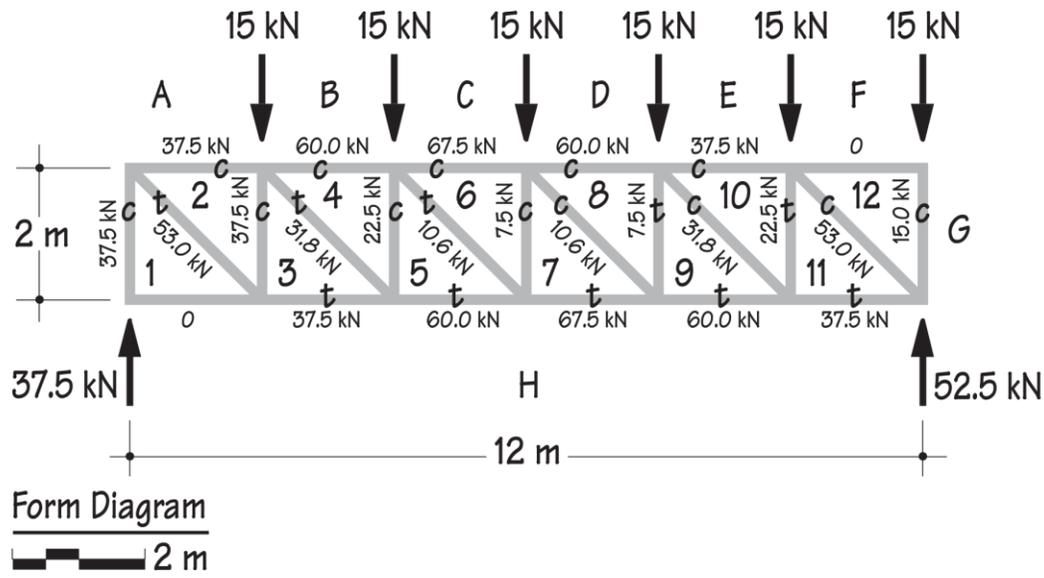
SOMMAIRE – S1-C8
LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



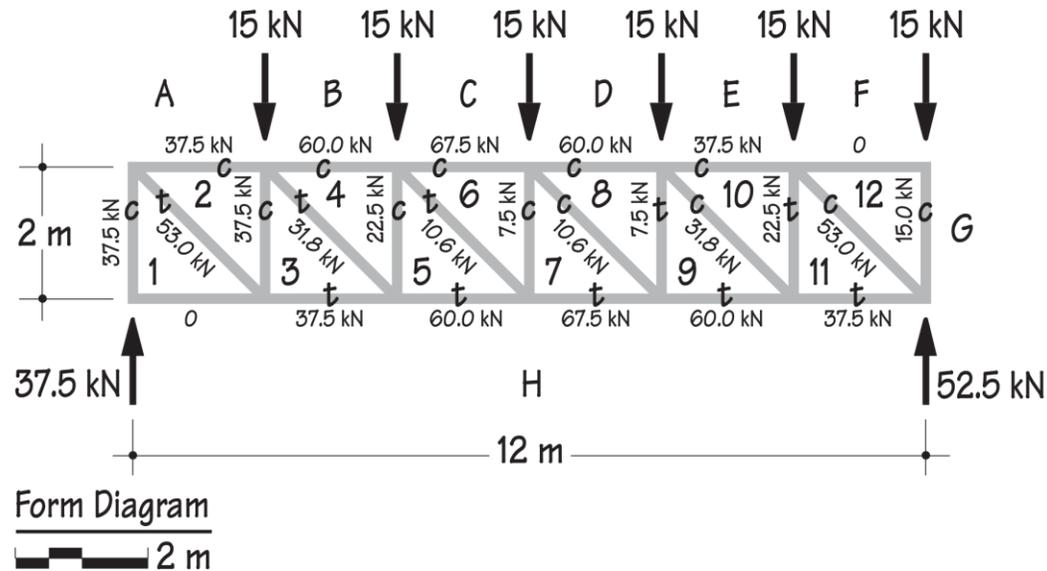
Nous remarquons:

- L'intensité des forces des membrures hautes et basses est élevée au milieu de la poutre et décroît vers les appuis.
- C'est le schéma inverse pour les diagonales

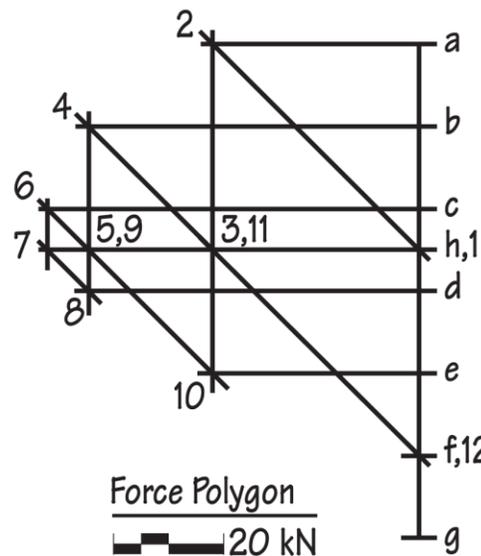
S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Form Diagram
2 m



Force Polygon
20 kN

On remarque également que la nature des efforts dans les diagonales s'inverse au milieu de la poutre, mais les valeurs sont identiques.

C'est du au fait que les diagonales sont toutes dans le même sens. Si on avait une poutre symétrique, le type d'effort serait le même pour toutes les diagonales.

SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 20'

- Présentation
- Systèmes réticulés

4. Application 120'

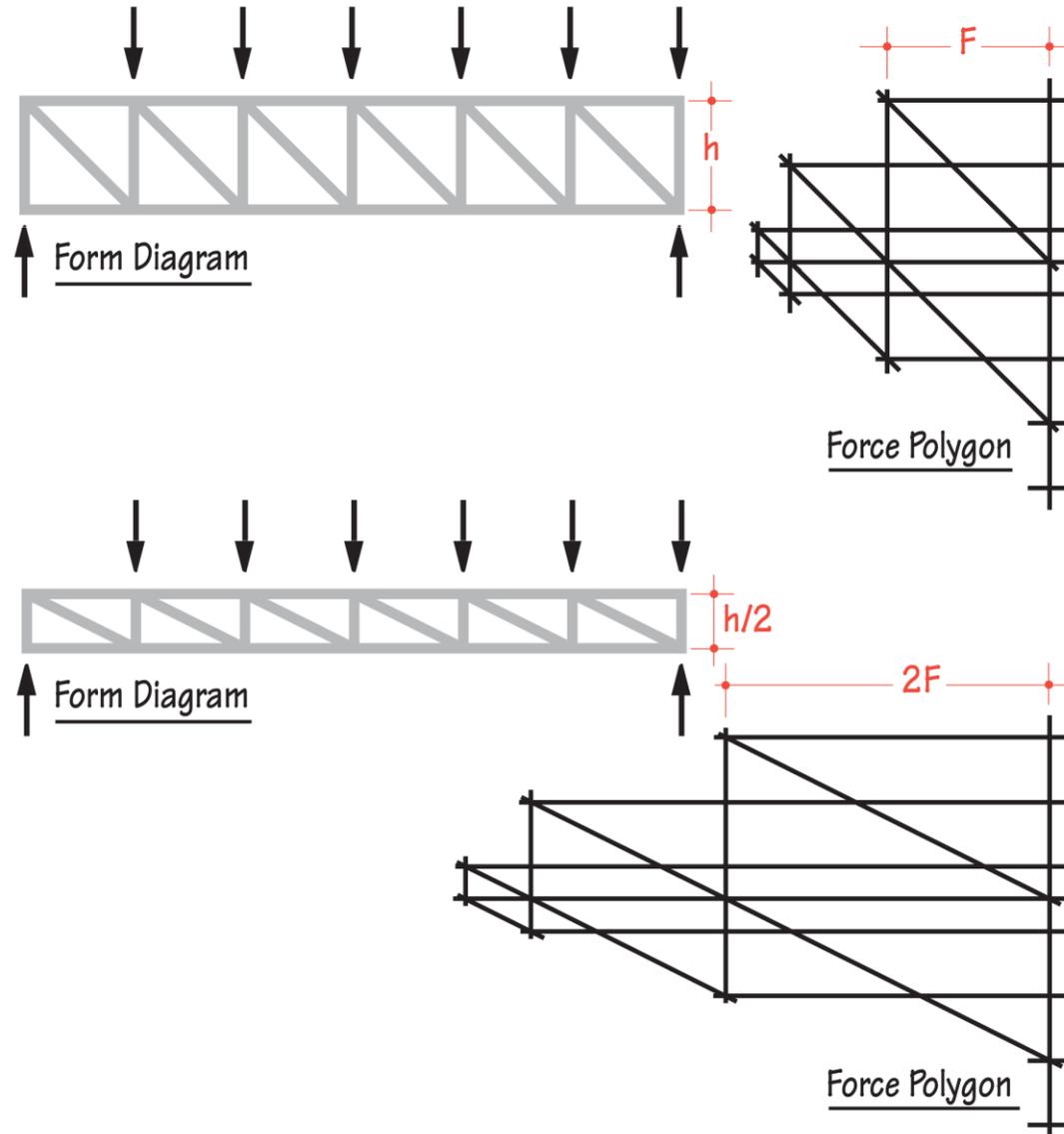
- Méthode des nœuds
- Méthode des coupures
- Méthode graphique**
- Dimensionnement

5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Que se passe t-il si on modifie la hauteur de la poutre?

Si par exemple on divise sa hauteur par deux, on lit directement sur le diagramme des forces les conséquences de ce choix:

- La valeur des efforts dans les membrures hautes et basses double
- La valeur des forces dans les diagonales augmente mais un peu moins
- La valeur des forces dans les barres verticales n'est pas modifiée.

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 20'

- Présentation
- Systèmes réticulés

4. Application 120'

- Méthode des nœuds
- Méthode des coupures
- Méthode graphique**
- Dimensionnement

5. Bilan 5'

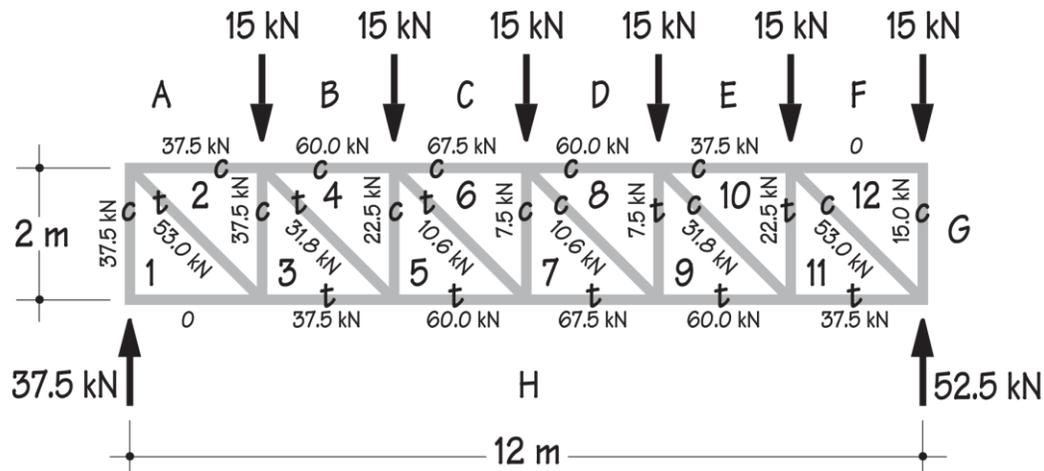
SOMMAIRE – S1-C8
LES SYSTEMES RÉTICULÉS

- 1. Échauffement 10'
- 2. Rappels 10'
- 3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
- 4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
- 5. Bilan 5'

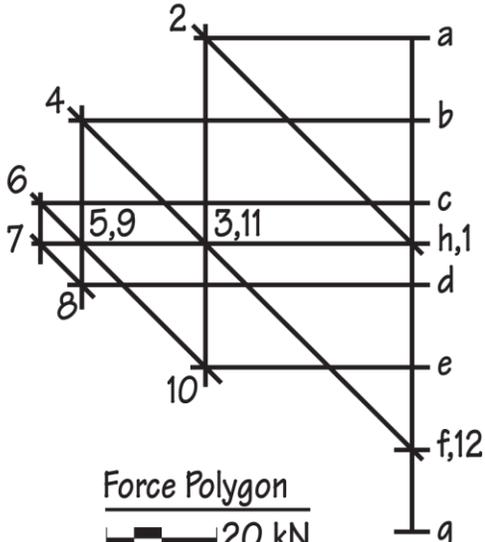
S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Form Diagram
2 m



Force Polygon
20 kN

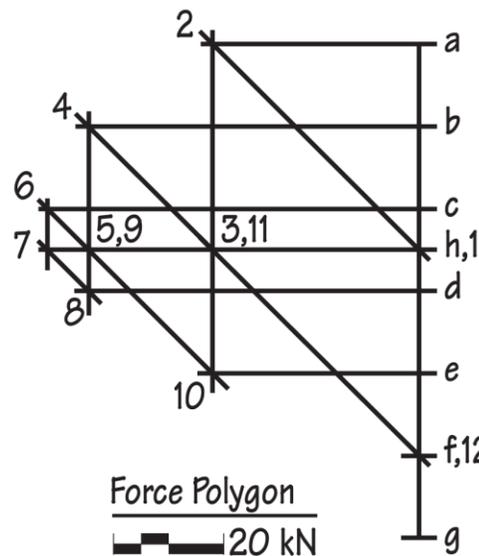
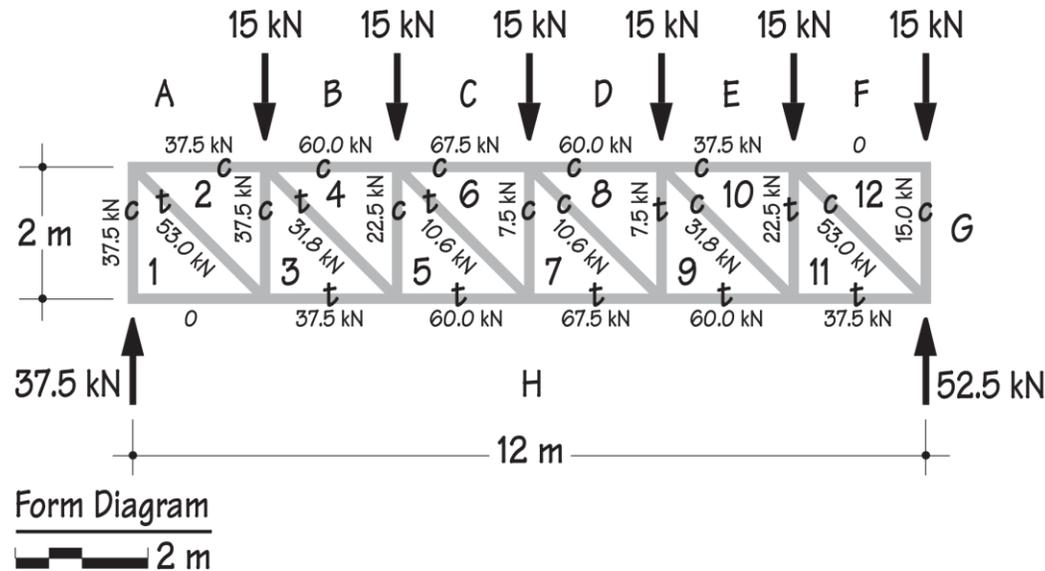
Le raisonnement peut également être fait à l'envers.
Je souhaite, pour des raisons de dimensionnement, que la valeur maximale des efforts dans la membrure haute soit de 75kN au lieu de 67,5kN.
Quelle hauteur doit avoir la poutre?



S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.c. Méthode graphique

POUTRE TREILLIS BIDIMENSIONNELLE



Nous pouvons dimensionner les tubes à l'ELU

Pour l'exemple, nous ne dimensionnerons que les barres les plus chargées.

En traction nous avons 67,5kN

En compression nous avons 67,5kN

Pour l'acier nous prendrons:

$E = 210\,000\text{ Mpa}$ (module de Young)

$\sigma = 235\text{ MPa}$ (limite d'élasticité)

Les barres sont bi-rotulées donc $L_f = L$

1. Échauffement 10'

2. Rappels 10'

3. Cours 20'

- a. Présentation
- b. Systèmes réticulés

4. Application 120'

- a. Méthode des nœuds
- b. Méthode des coupures
- c. Méthode graphique
- d. Dimensionnement

5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.d. Dimensionnement

EN TRACTION

$$\frac{235N}{1mm^2} = \frac{67500N}{S}$$

$$S = 287 \text{ mm}^2$$

$$\text{Et } R = 9,56 \text{ mm}$$

Soit une barre en acier, ou un câble d'environ 1,9 cm de diamètre

EN COMPRESSION

Nous devons calculer l'inertie de la section au flambement

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l_f^2}$$

$$I > \frac{l_f^2 * F}{\pi^2 E}$$

$$I > \frac{2000^2 * 67500}{\pi^2 * 210000} = 130\,270 \text{ mm}^4 = 13,27 \text{ cm}^4$$

SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
5. Bilan 5'

S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

4.d. Dimensionnement

EN COMPRESSION

Le moment quadratique d'une section circulaire est $I = \frac{\pi D^4}{64}$

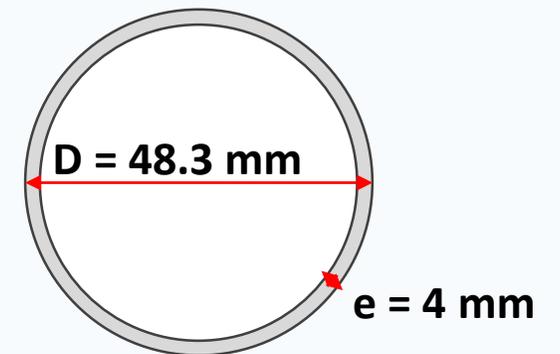
$$\text{Donc } D = \sqrt[4]{\frac{13040 \cdot 64}{\pi}} = 40,4 \text{ mm} > 19 \text{ mm, en acier massif}$$

Mais alors on passe à une section de 5124 mm^2 !
Beaucoup plus que les 287 mm^2 définis pour la compression simple.

Trop lourd, trop coûteux : **puisque c'est le flambement qui est dimensionnant, il est bien plus efficace de passer en tube !**

$$\begin{cases} S > 2.87 \text{ cm}^2 \\ I > 13.04 \text{ cm}^4 \end{cases}$$

Par exemple dans le catalogue



$$\begin{cases} S = 5.57 \text{ cm}^2 \\ I = 13.80 \text{ cm}^4 \end{cases}$$

SOMMAIRE – S1-C8 LES SYSTEMES RÉTICULÉS

1. Échauffement 10'
2. Rappels 10'
3. Cours 20'
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
4. Application 120'
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
5. Bilan 5'

1. Échauffement **10'**
2. Rappels **10'**
3. Cours **20'**
 - a. Présentation
 - b. Systèmes réticulés
4. Application **120'**
 - a. Méthode des nœuds
 - b. Méthode des coupures
 - c. Méthode graphique
 - d. Dimensionnement
5. Bilan **5'**

Qu'a t-on appris aujourd'hui?

À LA SEMAINE PROCHAINE !



*Pavillon des USA à l'Expo 67 de Montréal, actuellement musée de l'environnement
Buckminster Fuller*