

STRUCTURE I- PARTIEL

Année 2017-2018 - Sylvain Ebode - Marc Leyral

NOM :

PRENOM :

N° ETUDIANT :

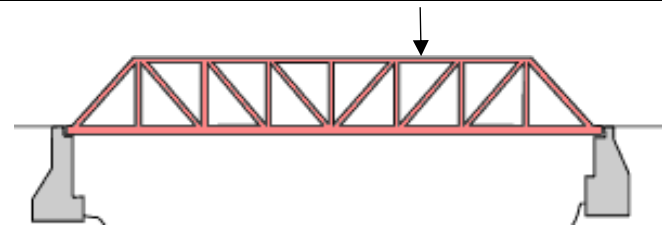
PARTIE A / 5,5 POINTS : QUESTIONNAIRE A CHOIX MULTIPLES

1 – Qu'est-ce qui est vrai à propos de cette formule ? (1point)

$$1.35(G + G') + 1,5.Q$$

- a. C'est une combinaison de charges
- b. Elle est utilisée pour calculer les déformées
- c. Elle correspond à un ELU
- d. Elle est utilisée pour vérifier la résistance
- e. Elle correspond à un ELS

2 – Que se passe-t-il si une charge est appliquée sur une poutre treillis ailleurs que sur un nœud ? (1 point)



- a. Tout s'effondre
- b. Les barres ne fonctionnent qu'en traction ou en compression simple
- c. Elle n'est plus isostatique
- d. Une barre sera mise en flexion

3 – Mon ingénieur a calculé le degré de staticité de ma structure. Que puis-je en dire ? (1 point)

$$H = i - n = 1$$

- a. Elle est hyperstatique
- b. Elle est hypostatique
- c. Je peux enlever une barre, n'importe laquelle, à ma structure
- d. Je peux enlever une barre, mais en la choisissant bien.
- e. Il s'agit d'un mécanisme

4 – Qu'est-ce qui est vrai à propos du moment d'une force ? (1,5 point)

- a. Il peut provoquer une translation
- b. Il peut provoquer un basculement
- c. Il est le produit de la force par le bras de levier par rapport au point de calcul
- d. Plus il est important, plus il permet de faire tourner facilement
- e. Il ne dépend pas de la force

5 – Je pèse 700 N. Quelle affirmation est vraie ?

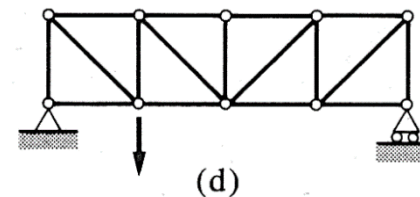
- a. Ma masse est de 70 kg
- b. Je pèse moins lourd sur la Lune
- c. Ma masse est moindre sur la lune
- d. En me concentrant, je peux me rendre plus léger.
- e. Il s'agit du poids moyen d'un chat.

PARTIE B / 5,5 POINTS : QUESTIONS DE COURS

1 - Qu'est-ce que le PFS ? A quoi sert-il ? (1 point)

2 – Qu'est-ce que l'état limite de service, quand l'utilise-t-on et donnez un exemple de combinaison qui y correspond ? (1 point)

3 – Déterminez par le calcul le degré de staticité de la structure ci-dessous ? Concluez (1 points)



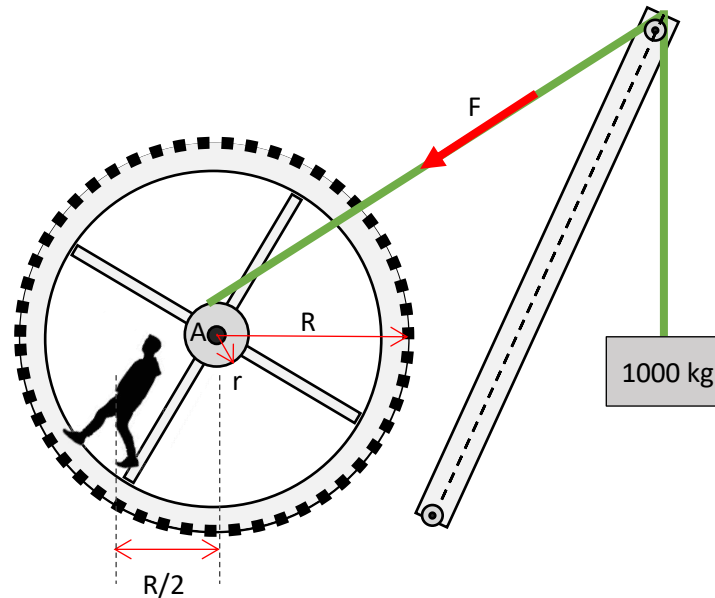
4 - Qu'est-ce qu'une poutre isostatique ? Sur quels types d'appuis repose-t-elle ? (1 point)

5 - Qu'est-ce que la force critique d'Euler ? Donnez sa formule. (1,5 point)

PARTIE C 12 POINTS : TROIS PETITS PROBLEMES

PROBLEME 1 / LES MOMENTS / LA GRUE A CAGE D'ECUREUIL (4 POINTS)

La roue à cage d'écureuil est un système de levage utilisé au Moyen Âge. Un homme de poids P marche indéfiniment dans la roue de rayon R articulée par d'un pignon central de rayon $r = 30$ cm autour duquel s'enroule la corde. Par un système analogue à celui du levier la force de l'homme est démultipliée



QUESTIONS

1. La valeur de la force F est de 10 000 N, justifiez (0,5 pt)
2. Ecrire la relation (« avec des lettres ») du moment de la charge F par rapport au point A (centre du pignon). Ecrire la relation (« avec des lettres ») du moment du poids P de l'homme par rapport au point A (centre du pignon). (1,5 pt)
3. Quelle est la condition entre ces deux moments pour que l'homme puisse soulever la charge ? (1 pt)
4. En déduire le rayon de la roue nécessaire si deux hommes de 80kg sont dans la roue. Conclure. (1 pt)

PROBLEME 2 / LE FLAMBEMENT / LE SIEGE DE TRAITE (4 POINTS)

Le siège de traite ou botte-cul est un siège rustique, en bois, monopode, surtout utilisé dans les vallées alpines. Il permet de se déplacer de bête en bête les mains libres. Il est aussi le compagnon indispensable des sols de guingois. Pour s'en servir, il convient de l'attacher autour des reins, avec une sangle ou une ceinture, fixée directement sur l'assise.

Ce siège a fait l'objet d'une exposition organisée par l'ECAL (Ecole Cantonale d'Art de Lausanne) afin d'en proposer de nouveaux usages.



QUESTIONS

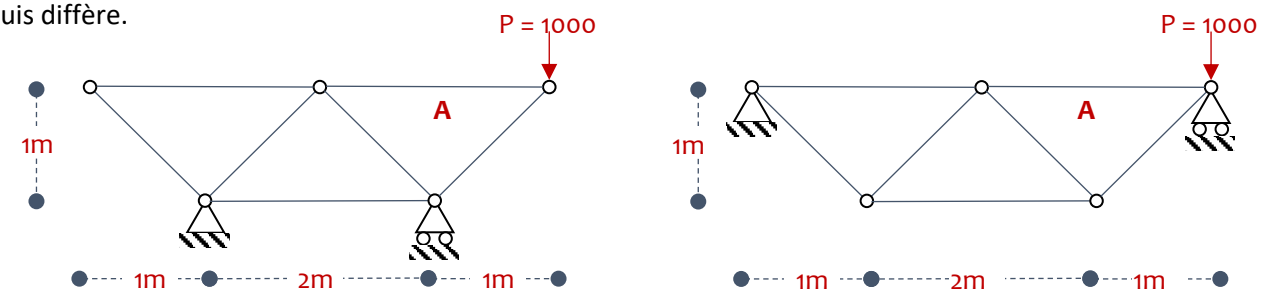
1. Etablissez un schéma statique (2D) de botte-cul en prenant pour hypothèse (défavorable) que les jambes ne reprennent aucune charge (0,5 pt)
2. Prenez une hypothèse de poids pour la personne assise, une hypothèse de hauteur pour l'assise, puis déterminer le diamètre minimal du pied avec les hypothèses de matériaux suivantes :
 - a. Bois résineux type Sapin, classe C14, $E=7\ 000$ MPa (N/mm^2) (1 pt)
 - b. Bois exotique type Angélique, classe D50, $E=14\ 000$ MPa (N/mm^2) (1 pt)
 - c. Acier, $E=210\ 000$ MPa (N/mm^2) (1 pt)
 - d. Conclure (0,5 pt)

PM :

$$I = \text{moment quadratique d'une section circulaire} = \frac{\pi \cdot D^4}{64}$$

PROBLEME 3 / POUTRE TREILLIS (4 POINTS)

Voici deux schémas statiques de poutre treillis composée de triangles isocèles rectangles, seule la position des appuis diffère.



QUESTIONS

1. Pour le schéma 1, à l'aide du PFS, calculer les réactions aux appuis, puis calculer l'effort interne de la barre A et indiquer si elle est en traction ou en compression (1,5pts)
2. Pour le schéma 2, à l'aide du PFS, calculer les réactions aux appuis, puis calculer l'effort interne de la barre A et indiquer si elle est en traction ou en compression (1,5pts)
3. Conclure (1pt)

STRUCTURE I- PARTIEL

Année 2017-2018 - Sylvain Ebode - Marc Leyral

NOM : _____ PRENOM : _____ N° ETUDIANT : _____

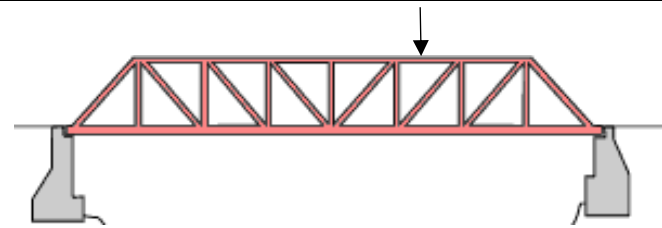
PARTIE A / 5,5 POINTS : QUESTIONNAIRE A CHOIX MULTIPLES

1 – Qu'est-ce qui est vrai à propos de cette formule ? (1point)

$$1.35(G + G') + 1,5.Q$$

- f. C'est une combinaison de charges
- g. Elle est utilisée pour calculer les déformées
- h. Elle correspond à un ELU
- i. Elle est utilisée pour vérifier la résistance
- j. Elle correspond à un ELS

2 – Que se passe-t-il si une charge est appliquée sur une poutre treillis ailleurs que sur un nœud ? (1 point)



- e. Tout s'effondre
- f. Les barres ne fonctionnent qu'en traction ou en compression simple
- g. Elle n'est plus isostatique
- h. Une barre sera mise en flexion

3 – Mon ingénieur a calculé le degré de staticité de ma structure. Que puis-je en dire ? (1 point)

$$H = i - n = 1$$

- f. Elle est hyperstatique
- g. Elle est hypostatique
- h. Je peux enlever une barre, n'importe laquelle, à ma structure
- i. Je peux enlever une barre, mais en la choisissant bien.
- j. Il s'agit d'un mécanisme

4 – Qu'est-ce qui est vrai à propos du moment d'une force ? (1,5 point)

- f. Il peut provoquer une translation
- g. Il peut provoquer un basculement
- h. Il est le produit de la force par le bras de levier par rapport au point de calcul
- i. Plus il est important, plus il permet de faire tourner facilement
- j. Il ne dépend pas de la force

5 – Je pèse 700 N. Quelle affirmation est vraie ?

- f. Ma masse est de 70 kg
- g. Je pèse moins lourd sur la Lune
- h. Ma masse est moindre sur la lune
- i. En me concentrant, je peux me rendre plus léger.
- j. Il s'agit du poids moyen d'un chat.

PARTIE B / 5,5 POINTS : QUESTIONS DE COURS

1 - Qu'est-ce que le PFS ? A quoi sert-il ? (1 point)

PFS = Principe fondamentale de la statique, permet de s'assurer de l'équilibre statique des structures :

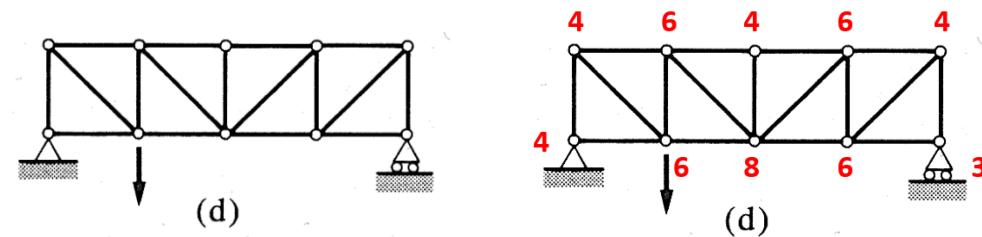
- Equilibre en translation par le théorème de la résultante statique $\sum \vec{F} = 0$
- Equilibre en rotation par le théorème du moment statique $\sum M_A = 0$

2 – Qu'est-ce que l'état limite de service, quand l'utilise-t-on et donnez un exemple de combinaison qui y correspond ? (1 point)

ELS = Etat Limite de Service, une combinaison de charges avec laquelle on calcule les déformées des structures. Il permet donc de s'assurer d'une condition d'usage.

$$1.(G+G') + 1.Q$$

3 – Déterminez par le calcul le degré de staticité de la structure ci-dessous ? Concluez (1 points)



$$H = i - n$$

$$= 3 + 4 \times 4 + 4 \times 6 + 8 - 17 \times 3$$

$$= 51 - 51 = 0$$

Structure isostatique

4 - Qu'est-ce qu'une poutre isostatique ? Sur quels types d'appuis repose-t-elle ? (1 point)

Une poutre isostatique est une poutre située entre une rotule (qui bloque la translation horizontale de l'ensemble) et un appui simple (qui permet sa libre dilatation/contraction par exemple sous charges thermiques).

5 - Qu'est-ce que la force critique d'Euler ? Donnez sa formule. (1,5 point)

Lorsque la charge de compression d'un élément dépasse sa charge critique d'Euler, l'élément flambe brusquement. La charge d'Euler augmente avec la raideur du matériau et son inertie et diminue selon le carré de la longueur de flambement.

$$F_c = \pi^2 \cdot E \cdot I / l_f^2$$

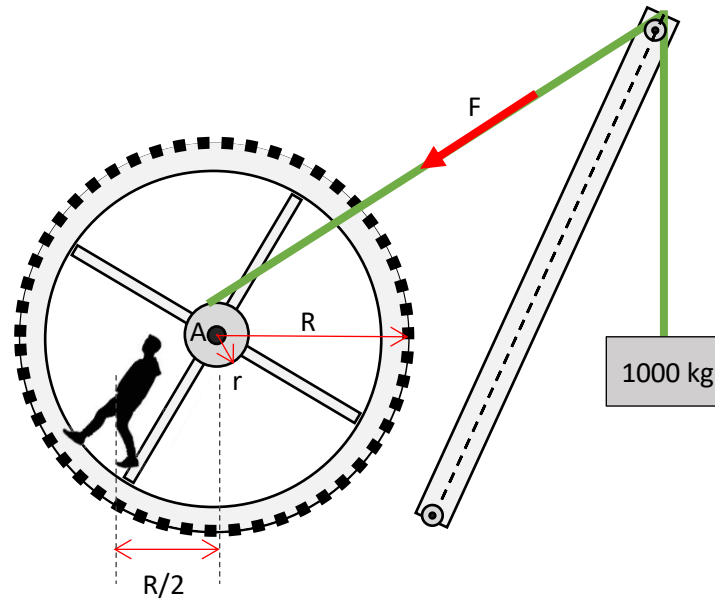


une règle en plastique La canne de Charlot

PARTIE C 12 POINTS : TROIS PETITS PROBLEMES

PROBLEME 1 / LES MOMENTS / LA GRUE A CAGE D'ECUREUIL (4 POINTS)

La roue à cage d'écureuil est un système de levage utilisé au Moyen Âge. Un homme de poids P marche indéfiniment dans la roue de rayon R articulée par d'un pignon central de rayon r = 30 cm autour duquel s'enroule la corde. Par un système analogue à celui du levier la force de l'homme est démultipliée



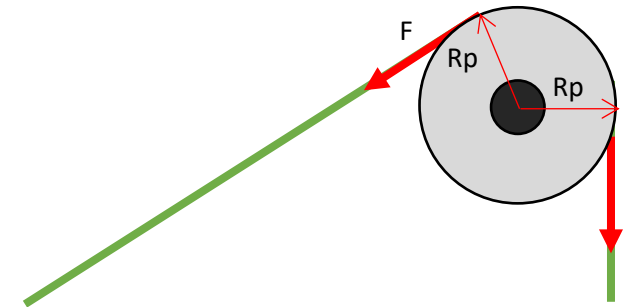
QUESTIONS

5. La valeur de la force F est de 10 000 N, justifiez (0,5 pt)
6. Ecrire la relation (« avec des lettres ») du moment de la charge F par rapport au point A (centre du pignon). Ecrire la relation (« avec des lettres ») du moment du poids P de l'homme par rapport au point A (centre du pignon). (1,5 pt)
7. Quelle est la condition entre ces deux moments pour que l'homme puisse soulever la charge ? (1 pt)
8. En déduire le rayon de la roue nécessaire si deux hommes de 80kg sont dans la roue. Conclure. (1 pt)

Réponses

1. La valeur de la force F est de 10 000 N, justifiez (0,5 pt)

Regardons la poulie fixe de plus près...



Si on définit un moment antihoraire comme positif, alors le moment du poids au niveau du centre de la poulie vaut $M_p = - P \times R_p$ et le moment de la tension du câble au niveau du centre de la poulie vaut : $M_f = F \times R_p$.
Lorsque la poulie est juste à l'équilibre, elle ne tourne pas, donc $M_f + M_p = 0$ (PFS).
Soit $F \times R_p - P \times R_p = 0$ et donc $F = P$: la poulie fixe ne modifie pas l'intensité de la force mais juste sa direction !

2. Ecrire la relation (« avec des lettres ») du moment de la charge F par rapport au point A (centre du pignon). Ecrire la relation (« avec des lettres ») du moment du poids P de l'homme par rapport au point A (centre du pignon). (1 pt)

$$M_{F/A} = F \cdot r$$

$$M_{P/A} = P \cdot R/2$$

3. Quelle est la condition entre ces deux moments pour que l'homme puisse soulever la charge ? (1 pt)

Pour pouvoir soulever la charge : $M_{P/A} > M_{F/A}$ soit $P \cdot R/2 > F \cdot r$

4. En déduire le rayon de la roue nécessaire si deux hommes de 80kg sont dans la roue. Conclure. (1 pt)

$$R > 2 \cdot F \cdot r / P = 2 \times 1000 \text{ kg} \times 0,3 \text{ m} / 160 \text{ kg} = 3,75 \text{ mètres}$$

La dimension de la roue semble cohérente avec la photo, il était donc possible de soulever 1000kg avec seulement deux personnes.

STRUCTURE I- PARTIEL

Année 2017-2018 - Sylvain Ebode - Marc Leyral

NOM :

PRENOM :

N° ETUDIANT :

PROBLEME 2 / LE FLAMBEMENT / LE SIEGE DE TRAITE (4 POINTS)

Le siège de traite ou botte-cul est un siège rustique, en bois, monopode, surtout utilisé dans les vallées alpines. Il permet de se déplacer de bête en bête les mains libres. Il est aussi le compagnon indispensable des sols de guingois. Pour s'en servir, il convient de l'attacher autour des reins, avec une sangle ou une ceinture, fixée directement sur l'assise.

Ce siège a fait l'objet d'une exposition organisée par l'ECAL (Ecole Cantonale d'Art de Lausanne) afin d'en proposer de nouveaux usages.



QUESTIONS

- Etablissez un schéma statique (2D) de botte-cul en prenant pour hypothèse (défavorable) que les jambes ne reprennent aucune charge (0,5 pt)
- Prenez une hypothèse de poids pour la personne assise, une hypothèse de hauteur pour l'assise, puis déterminer le diamètre minimal du pied avec les hypothèses de matériaux suivantes :
 - Bois résineux type Sapin, classe C14, $E=7\ 000\ \text{MPa}$ (N/mm^2) (1 pt)
 - Bois exotique type Angélique, classe D50, $E=14\ 000\ \text{MPa}$ (N/mm^2) (1 pt)
 - Acier, $E=210\ 000\ \text{MPa}$ (N/mm^2) (1 pt)
 - Conclure (0,5 pt)

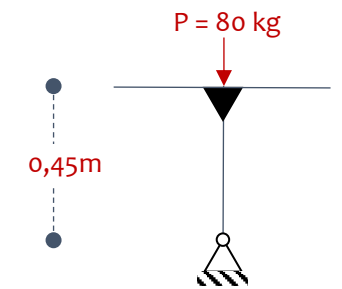
PM :

$$I = \text{moment quadratique d'une section circulaire} = \frac{\pi \cdot D^4}{64}$$

Réponses

- Etablissez un schéma statique (2D) de botte-cul en prenant pour hypothèse (défavorable) que les jambes ne reprennent aucune charge (0,5 pt)

Plusieurs schémas statiques étaient envisageables, voici le plus logique en fonction de l'énoncé



- Prenez une hypothèse de poids pour la personne assise, une hypothèse de hauteur pour l'assise, puis déterminer le diamètre minimal du pied avec les hypothèses de matériaux suivantes :

- Bois résineux type Sapin, classe C14, $E=7\ 000\ \text{MPa}$ (N/mm^2) (1 pt)

Il s'agit d'un poteau en compression, susceptible de flamber. Les hypothèses de l'exercice ne donnent pas les valeurs de contrainte limite des matériaux, nous allons donc uniquement calculer les sections au flambement

La charge critique d'Euler s'écrit :

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l_f^2}$$

N_{cr} est la charge que nous avons choisie, soit $80\text{kg} = 800\text{N}$ (on se met en unités cohérentes avec E qui est en N/mm^2)

E est le module de Young du matériau, ici $7\ 000\ \text{MPa}$ (N/mm^2)

l_f est la longueur de flambement, qui peut varier suivant les hypothèses d'appui, ici rotule + encastrement, donc $l_f = 0,45 \cdot 0,7$

$l_f = 0,315\text{m} = 315\text{mm}$ (on se met en unités cohérentes avec E qui est en N/mm^2)

I est le moment quadratique qu'on cherche

$$I = \frac{N_{cr} \cdot l_f^2}{\pi^2 \cdot E}, \text{ dans notre cas, } I = \frac{800 \cdot 315^2}{\pi^2 \cdot E} = \frac{8\ 042\ 875}{E}, \text{ on conserve cette formule avec } E \text{ en lettre qui nous servira pour la suite}$$

On sait aussi que pour une section circulaire, $I = \frac{\pi \cdot D^4}{64}$, D étant le diamètre de la section

$$\text{Donc } D = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot I}{\pi}} = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot 8\ 042\ 875}{\pi \cdot E}} = 113,1 \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{E}}, \text{ on conserve cette formule avec } E \text{ en lettre qui nous servira pour la suite}$$

$$\text{Donc pour } E = 7\ 000\ \text{MPa}, \text{ on a } D = 113,1 \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{7000}} = 12,36\text{mm}$$

- Bois exotique type Angélique, classe D50, $E=14\ 000\ \text{MPa}$ (N/mm^2) (1 pt)

$$\text{Pour } E = 14\ 000\ \text{MPa}, \text{ on a } D = 113,1 \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{14\ 000}} = 10,39\text{mm}$$

- Acier, $E=210\ 000\ \text{MPa}$ (N/mm^2) (1 pt)

$$\text{Pour } E = 210\ 000\ \text{MPa}, \text{ on a } D = 113,1 \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{210\ 000}} = 5,28\text{mm}$$

- Conclure

Plus le module de Young est élevé, moins l'élément a besoin d'être épais pour résister au flambement (toutes choses égales par ailleurs et on le savait déjà...)

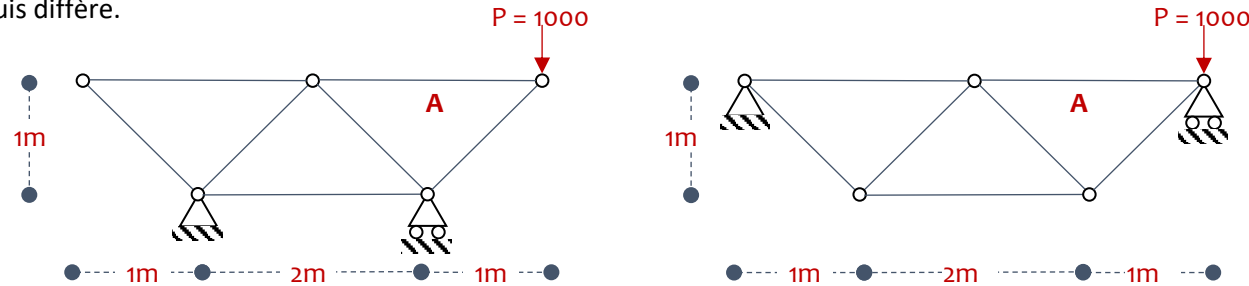
NOM :

PRENOM :

N° ETUDIANT :

PROBLEME 3 / POUTRE TREILLIS (4 POINTS)

Voici deux schémas statiques de poutre treillis composée de triangles isocèles rectangles, seule la position des appuis diffère.



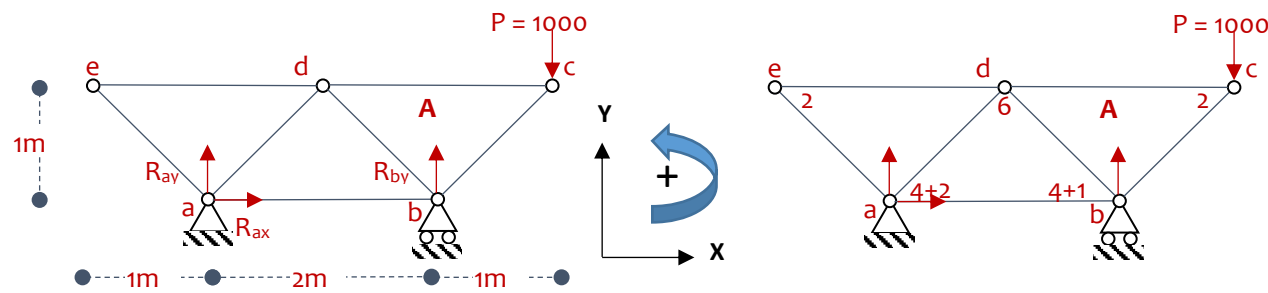
QUESTIONS

- Pour le schéma 1, à l'aide du PFS, calculer les réactions aux appuis, puis calculer l'effort interne de la barre A et indiquer si elle est en traction ou en compression (1,5pts)
- Pour le schéma 2, à l'aide du PFS, calculer les réactions aux appuis, puis calculer l'effort interne de la barre A et indiquer si elle est en traction ou en compression (1,5pts)

Conclure (1pt)

Réponses

- Pour le schéma 1, à l'aide du PFS, calculer les réactions aux appuis, puis calculer l'effort interne de la barre A et indiquer si elle est en traction ou en compression (1,5pts)



On commence par mettre en place le repère, les réactions aux appuis en fonction de leur nature, puis on vérifie l'isostaticité :

Les inconnues statiques, $i = 2+6+2+4+1+4+2 = 21$

Les équations d'équilibre, $n = 7*3 = 21$

$i - n = 21 - 21 = 0$, la structure est bien isostatique

Puis les réactions aux appuis

$$\sum F_x = 0$$

$$R_{ax} = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$R_{ay} + R_{by} - 1000 = 0$, la structure n'étant pas symétrique en chargement, je ne peux pas conclure pour l'instant

$\sum M_a = 0$ (je choisis le point a car plusieurs forces passent par lui, leurs moments seront nuls)

$$R_{ay} * 0 + R_{ax} * 0 + R_{by} * 2 - 1000 * 3 = 0$$

$R_{by} = 1500N$, + donc la structure pousse sur l'appui

Et donc

$R_{ay} = -500N$, - donc la structure tire sur l'appui

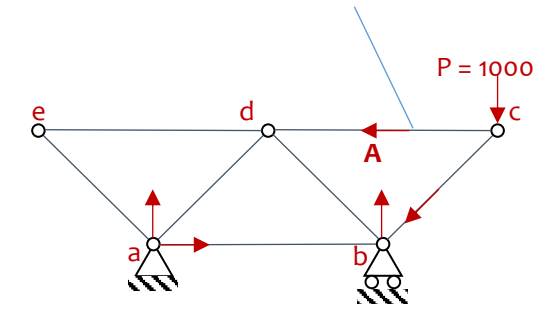
Calculons maintenant l'effort dans la barre A

Méthode des coupures

$\sum M_b = 0$ (je choisis le point b car le moment de F_{cb} sera nul)

$$F_{cd} * 1 + F_{cb} * 0 - 1000 * 1 = 0$$

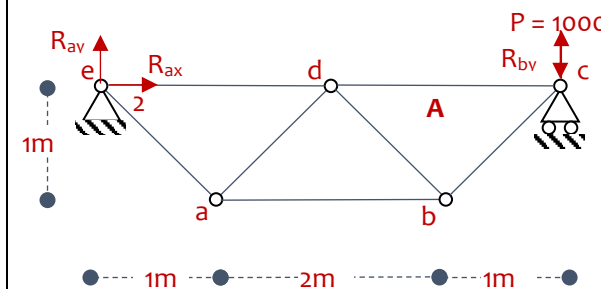
$F_{cd} = 1000N$, la valeur est positive, il s'agit d'un effort de traction



- Pour le schéma 2, à l'aide du PFS, calculer les réactions aux appuis, puis calculer l'effort interne de la barre A et indiquer si elle est en traction ou en compression (1,5pts)

Pour le schéma 2, il n'y a pas de calcul à faire, il suffit d'observer la structure.

La charge est directement sur l'appui et ne transmet pas d'effort à la poutre



Par conséquent

$$R_{by} = 1000N$$

$$R_{ax} = R_{ay} = 0$$

De même, la poutre n'étant pas chargée, l'effort dans la barre A est nul

On aurait bien sûr obtenu les mêmes résultats en passant par le calcul, mais on aurait perdu du temps

Conclure (1pt)

Plusieurs conclusions étaient acceptables

Pour une même poutre, la position des appuis change la répartition des réactions et des efforts internes