ÉCOLE NATIONALE SUPERIEURE D'ARCHITECTURE
PARIS LA VILETTE

CYCLE LICENCE

DISCIPLINE STRUCTURE I et STRUCTURE II

Sylvain EBODE – Marc LEYRAL

Pont Alamillo, Séville, 1987-199, Santiago Calatrava

TD S1 - A : APPROCHE SENSIBLE
INTRODUCTION AUX STRUCTURES

Marc LEYRAL

L'objectif de cette présentation est de donner une vision pédagogique et intuitive du monde des structures. Intégrés aux TD, ces notions offrent un nouveau point de vue et aident à la compréhension du cours de Structures dans le cadre duquel les travaux dirigés sont donnés.

Notre monde fourmille de structures. Nous en avons une perception intuitive naturelle.
Nous « savons » si la structure que nous observons va tenir ou tomber. Ceci est dû à notre expérience. Depuis la naissance, le cerveau a emmagasiné un grand nombre de « structures » (des chaises et tables jusqu'aux monuments des villes) et utilise ce catalogue pour nous donner une sensation naturelle de sécurité ou d'appréhension vis-à-vis d'une structure.

Cependant, la véritable compréhension d'une structure n'est pas beaucoup plus compliquée.
Cette matière, souvent abordée par son côté calculatoire, paraît souvent obscure. Pourtant, il est possible de comprendre facilement le monde des structures. Il s'agit de dérouler notre raisonnement dans un sens logique, avec des exemples clairs. C'est l'objectif de ce papier, écrit dans un style un peu différent des polycopiés du cours.

La perception des structures peut être rendue beaucoup plus facile qu'on ne le croit. Il ne vous faudra pas beaucoup d'efforts pour comprendre les grands concepts de ce cours.

Une grande partie de ces petits cours est largement inspiré par l'excellent livre *Comment tout ça tient ? Voyage au pays des structures* par Michel Provost et Philippe de Kemmeter avec la collaboration de David Attas. J'en recommande très fortement la lecture. Il s'agit sans nul doute du livre à posséder si vous voulez comprendre les structures et que vous n'avez pas un bagage mathématique et scientifique important.

Contrairement aux polycopiés, ce cours ne suit pas un plan formel (I, I.1, II ect.). Il se lit plutôt comme une histoire. Un format qui peut permettre une autre immersion dans le monde des structures.

Introduction

Par expérience, on observe que la notion de moment, qui est pourtant indispensable à l'assimilation de la totalité des cours de structures, est parfois difficile à comprendre et mal assimilée par les étudiants.

En effet, la notion de moment peut paraître abstraite à un étudiant. Selon comment nous sommes faits, il peut être très délicat de lui rattacher une image physique, un exemple concret qui en permette sa compréhension, contrairement à une force qui est plus facile à se représenter.
Or, si l'étudiant « lâche » dès la notion de moment, il ne pourra pas comprendre la suite du cours et le monde des structures.

C'est donc le premier et le principal objet de ce cours. Relier les forces avec les moments, observer ces derniers sous un autre angle, d'une manière intuitive qui vous permettra d'assimiler cette notion très facilement. Nous aborderons également l'action et la réaction, le les équilibres statiques, la translation et la rotation, le glissement et le renversement.

Tous les exemples donnés dans le cours doivent être retenus et reliés mentalement à chaque notion illustrée. Ainsi, dans le futur, dès que telle ou telle notion sera nécessaire, il viendra immédiatement à l'esprit l'exemple donné ici et la compréhension de la suite en sera énormément facilitée.

× Un équilibre trivial

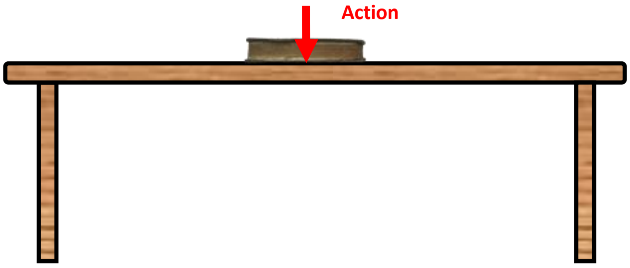
Je pose un livre sur une table. Il est en équilibre. Pour vous, c'est évident, intuitif. C'est un des équilibres les plus triviaux qui existent. Mais seriez-vous capable de m'expliquer **pourquoi est-il en équilibre** ?

On sait que le livre exerce une force sur la table. Qu'est-ce qu'une force ?
C'est une grandeur physique. Elle pousse les corps à **translater** (sans la table, le poids du livre l'inciter à « tomber droit » vers le bas).

La représentation vectorielle du poids se compose:

- D'un point d'application : le centre de gravité
- Une intensité (10 N = 1 kg)
- Une direction : verticale
- Un sens vers le bas

On appelle ACTION la force exercée par le poids du livre sur la table



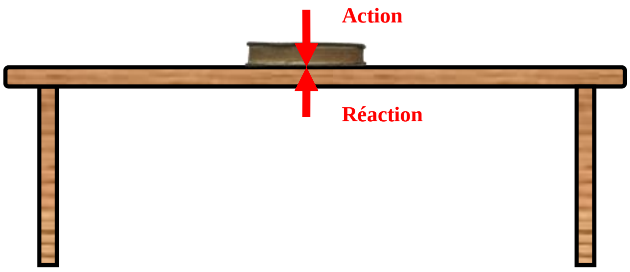
Vous avez sans doute entendu parler de Newton et de sa Troisième loi, également connue sous le nom de principe des actions réciproques.

L'énoncé original est le suivant :

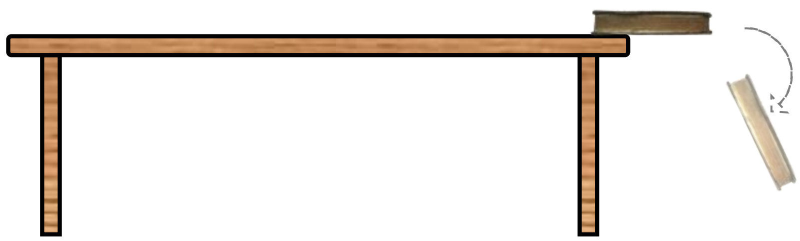
Pour chaque action, il existe une réaction égale et opposée : l'action est toujours égale à la réaction ; c'est-à-dire que les actions de deux corps l'un sur l'autre sont toujours égales, et dans des directions contraires.

Soyons plus clairs. Le livre impose une action à la table qui réagit en provoquant une réaction. Retenons que l'action et la réaction s'équilibrent et, pour cela, il faut qu'elles respectent trois conditions :

1. **Elles sont de même grandeur**
2. **Elles sont de sens opposés**
3. **Elles sont rigoureusement alignées**



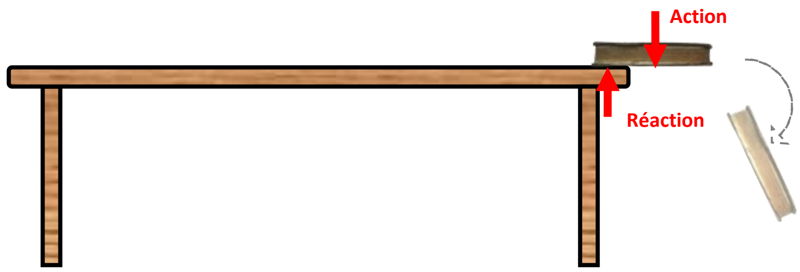
Regardons maintenant ce qui se passe si l'action et la réaction ne sont pas alignées :



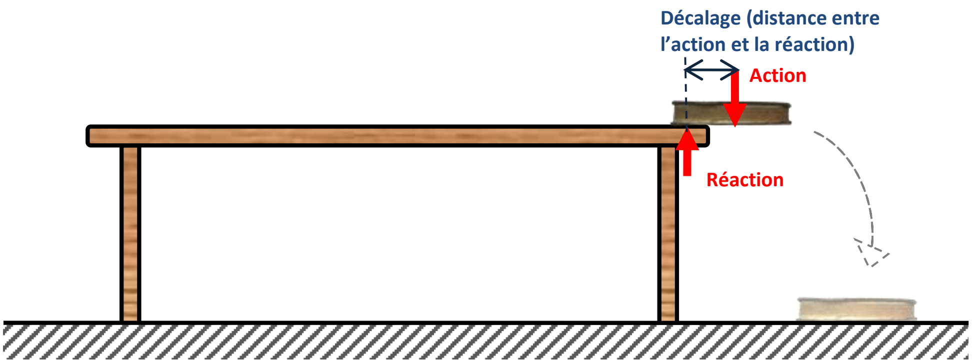
Le livre tombe ! Comme précédemment, ce déséquilibre est trivial, vous l'aviez bien senti venir. Et pourtant, dans cette évidente chute se cache la notion de moment qui vous gêne si souvent.

En effet, le livre tourne autour de la table en chutant. C'est une rotation. Or on a dit que les forces induisent des translations… alors à quoi est due cette rotation ?

Regardons ce qui s'est passé… L'action du livre, ou du moins la résultante de son propre poids, s'applique en son centre de gravité. La réaction de la table elle, au contraire, s'applique au milieu de la zone de contact entre le livre et la table :



Action et réaction ne sont plus alignées, il n'y a pas d'équilibre, le livre tombe et s'arrêtera dès qu'il aura trouvé un nouvel équilibre (en général quand il touche le sol). Il s'est créé un décalage entre l'action et la réaction. Ce décalage a induit un **moment**.



Un moment est induit par un décalage entre l'action et la réaction.
Un **moment**, c'est une **autre grandeur physique** qui tend à faire **tourner** les corps, on parle de **rotation** ou de **basculement**.
Il est égal au produit de l'action par cette distance. On appelle couramment la distance en question un bras de levier. Il s'agit d'un abus de langage que nous utiliserons régulièrement.

MOMENT = ACTION x DECALAGE (BRAS DE LEVIER)

Dans notre exemple, le moment est égal au poids du livre, disons 10 N (soit environ un kilogramme sur Terre) par le bras de levier, admettons 0,2m (20cm). Il vaut donc 10 x 0,2 = 2 N.m.

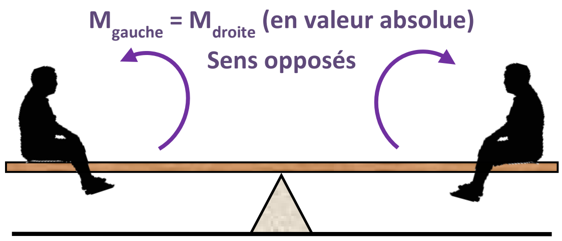
Un moment induit généralement une **rotation** (ici, le livre n'est plus en équilibre, il tourne autour du bord de la table avant de tomber).

Le moment se calcule par rapport à un point. Dans ce cours, nous ferons toujours le calcul des moments par rapport au pivot (point autour duquel s'effectue la rotation).

- **Des moments en équilibre**

Il est possible de retrouver un équilibre sans réaligner les actions et les réactions. **Il suffit d'ajouter un ou plusieurs moments qui équilibrent le premier**.

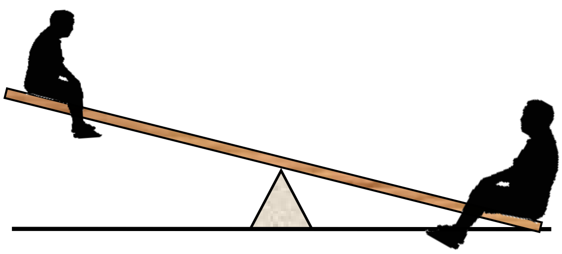
Pour être plus clair regardons une bascule.



Lorsque je mets un poids égal sur chaque dans chaque plateau d'une balance, elle est horizontale et en équilibre. De même, sur la bascule, deux enfants de même corpulence sont en équilibre. Les moments qu'ils induisent s'équilibrent.

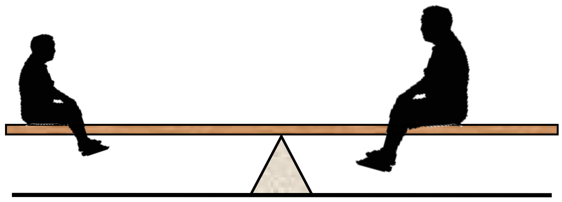
Pour s'équilibrer, les moments doivent alors être de **même intensité** mais de **sens de rotation opposés**.

Mais quand je rajoute du poids dans la balance, ou qu'un adulte vient jouer à la bascule, les moments ne sont plus égaux, il se créé un déséquilibre induits par des moments différents, donc une rotation (autour de l'axe de la balance ou de la bascule) jusqu'à un nouvel équilibre (l'adulte touche le sol) :



Mais il est toujours possible d'équilibrer ces moments ! On se rappelle qu'un moment, ici, est le produit du poids par la distance séparant l'enfant à l'axe de la balance (où se produit la réaction).

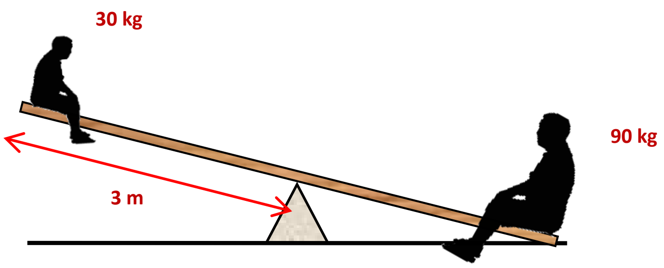
On ne peut pas modifier la masse de l'adulte, mais on peut modifier la distance qui le sépare de l'axe (son « bras de levier »). Si l'on veut réduire son moment pour qu'il soit égal à celui de l'enfant, plus léger, que doit-on faire ? Raccourcir la distance et le rapprocher de l'axe !



Il suffit de trouver la bonne distance pour les moments s'équilibrent, soit schématiquement :

Pour avoir l'équilibre des moments produits par des forces d'intensités différentes :
Poids faibles x Bras de levier important = Poids lourds x Bras de levier réduit

Réalisons une petite application numérique : où l'adulte doit-il se positionner pour jouer à la bascule avec son fils ?



L'adulte étant plus lourd, s'il se pose aussi loin du pivot que son fils, alors son moment est bien plus grand. Il doit donc rétablir l'équilibre et raccourcissant son bras de levier. Le moment de son fils vaut :

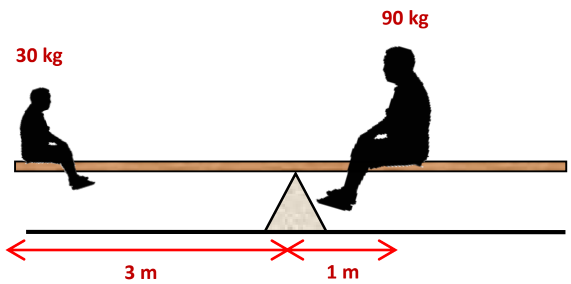
$$M_{fils} = 30\ kg * 3\ m = 90\ kg.m$$

L'adulte doit se positionner à une distance *d* du pivot de sorte à ce que son moment soit égal (en valeur absolu puisque tournant dans l'autre sens, son signe réel est contraire) à celui de son fils :

$$M_{adulte} = 90\ kg * x\ m = M_{fils} = 90\ kg.m$$

Donc :

$$x\ m = \frac{90\ kg.m}{90\ kg} = 1\ m$$



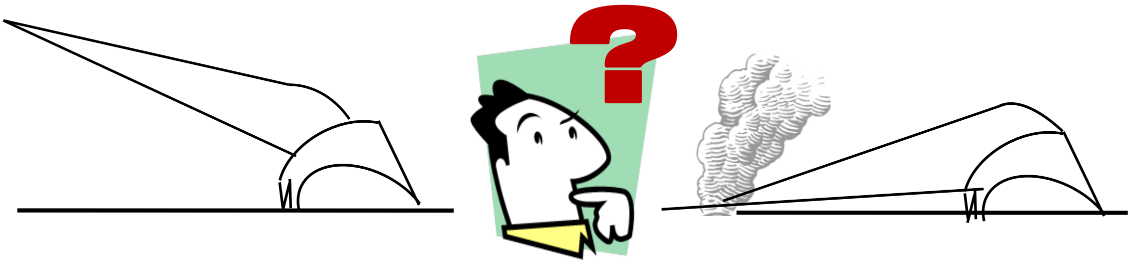
- **Exemple dans l'architecture**

On peut déjà appliquer ces notions à de grandes structures.

Regardons un exemple qui montre que l'on peut tromper l'instinct de tout nouveau visiteur dans le monde des structures.

En 1958, lors de l'Exposition Universelle de Bruxelles, l'architecte Jean Van Dooselare, le sculpteur Jacques Moeschal et l'ingénieur André Paduart édifie la flèche du Génie Civil.

Cette gigantesque construction en béton armé (il s'agit de voiles plissés) défie la trivialité de la compréhension sur laquelle nous nous étions appuyés jusqu'ici. En effet, devant ce porte-à-faux gigantesque de 78m (détruit en 1970), nous pourrions dire que, intuitivement, « ça va tomber ».

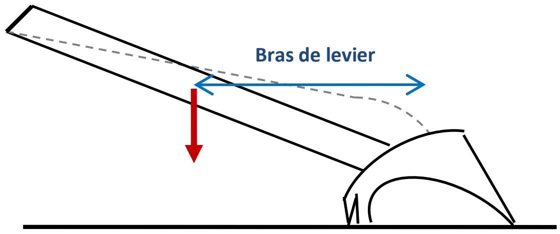


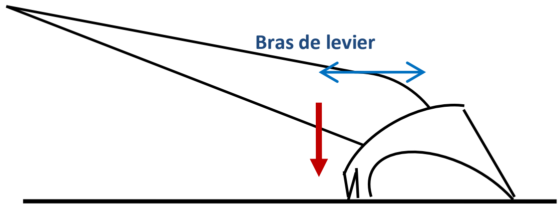
Alors, pourquoi « ça ne tombe pas » ? Nous voyons que si ça devait tomber, il se produirait une rotation à la base de la flèche et la pointe tournerait jusqu'à toucher le sol. On sent donc intuitivement que le défi de cette construction vient d'un problème de moment.

Le porte-à-faux est gigantesque (78 mètres !), le moment induit par le poids de la flèche devrait être trop grand pour être supporté. Les ingénieurs ont résolu astucieusement ce problème en diminuant le bras de levier.

Imaginons une flèche de même masse mais de forme rectangulaire. La résultante du poids s'exprimant au niveau du centre de gravité, le bras de levier s'exercerait peu ou prou au niveau du milieu de la flèche.

Or, grâce à sa forme triangulaire, cette résultante s'exprime très près de la base !

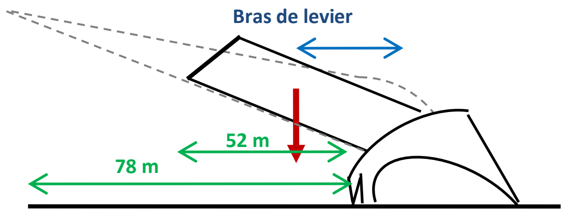




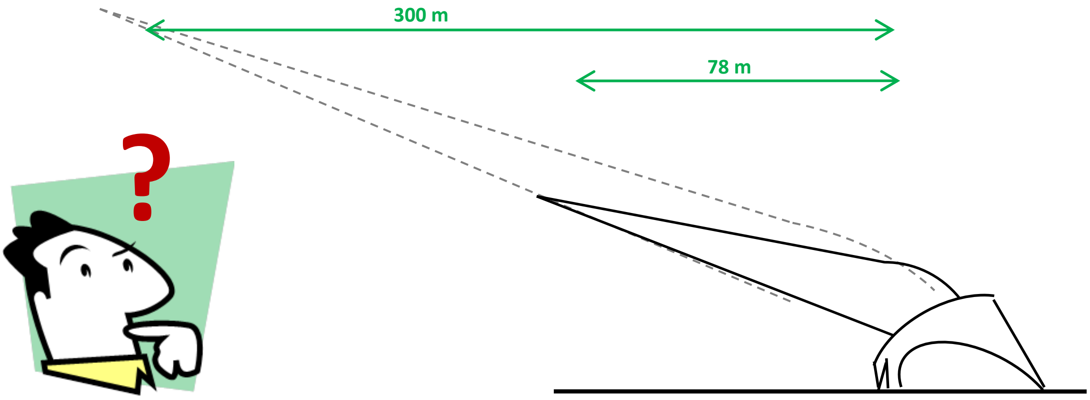
Le moment induit par le poids de la flèche étant le produit de son poids par le bras de levier, plus le centre de gravité est proche des appuis, plus le moment est réduit. Il est alors possible de le reprendre en encastrant la flèche au niveau de ses fondations ! (Nous verrons au second semestre comment un encastrement peut reprendre un moment)

Si l'on admet que dans le cas d'une flèche triangulaire, il se situe à environ 1/3 du bord appuyé au sol, alors le bras de levier vaut environ 78/3 = 26 mètres. Tandis que dans le cas de la flèche rectangulaire de même masse, le bras de levier vaut environ 39 mètres (la moitié de la longueur du porte-à-faux).

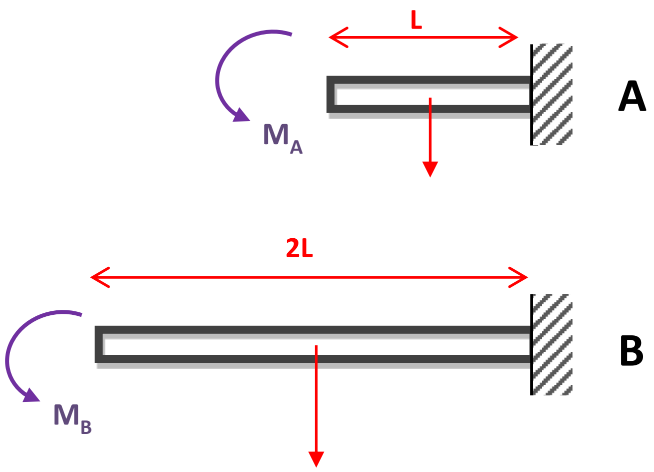
On pourrait également dire que si on voulait réaliser une flèche rectangulaire de même masse et être sûr qu'elle ne tombe pas au sol, il faudrait prendre un bras de levier égal à celui de la flèche triangulaire, soit 26 mètres. Le porte-à-faux d'une telle flèche, ne serait donc « que » de 52 mètres.



Vous devez vous demander pourquoi, avec le même raisonnement, nous nous limitons à 78 mètres « seulement » ? Pourquoi ne ferions-nous pas un porte-à-faux de 300 mètres ?



Le moment augmente avec la longueur d'un élément. OK.
A section constante, comment augment-il ? Linéairement ? En ralentissant ? Ou en accélérant ?



Comment est M_B par rapport à M_A ?

L'augmentation du moment est accélérée ! En effet, le moment vaut P x d.
Si l'élancement d'un élément augmente à section constante alors :

- Son poids augmente
- Son bras de levier augmente

Dans l'exemple :

Pour A :

- F = P
- D = L/2
- Donc M_A = P x L/2

Pour B :

- F = 2P
- D = L
- Donc M_B = P x 2L

Le moment de B est 4 fois plus grand que le moment de A alors qu'il est deux fois plus élancé !
L'élancement des structures est donc un point critique… on y reviendra.